O`ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O`RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI

TERMIZ DAVLAT UNIVERSITETI

Qo`lyozma huquqida

UDK 514.126

ASHUROVA ZARNIGOR ANVAR QIZI

GALILEY FAZOSIDA AYLANMA SIRTLAR

Mutaxassislik: 70540101-"Matematika(yo'nalishlar bo'yicha)"

Magistr

akademik darajasini olish uchun yozilgan

Dissertatsiya

Ilmiy rahbar: Assissent prof. Dr.Mahmudov Fazliddin

Magistrlik dissertatsiyasi mavzusi Termiz davlat universiteti rektorining 2022-yil 2-aprel № 20-T/M sonli buyrug'i asosida tasdiqlangan.
Magistrlik dissertatsiyasi Termiz davlat universiteti Algebra va geometriya kafedrasida bajarilgan.
Magistrlik dissertatsiyasi elektron nusxasi Termiz davlat universitetining rasmiy veb sahifasiga joylashtirilgan.
Dissertatsiya manzilining QR-kodi:

Magistrlik dissertatsiyasi bilan Termiz davlat universitetining axborot-resurs markazida tanishish mumkin (8 raqam bilan ro'yxatga olingan. Manzil: Termiz shahri Barkamol avlod ko'chasi 43-uy.)

Ilmiy rahbar: ____________ Assissent.prof. F.Mahmudov
Kafedra mudiri: ____________ dots. S. Choriyeva
Magistratura bo'limi boshlig'i: ____________ PhD. A.B. Narbayev

Magistrlik dissertatsiyasining qisqacha annotatsiyalari (o‘zbek va ingliz tillarida) na’munasi

70540101– Matematika(yo‘nalishlar **bo‘yicha)mutaxassisligi magistranti Ashurova Zarnigor Anvar qizining “Galiley fazosida aylanma sirtlar nazariyasi**”

mavzusidagi magistrlik dissertatsiyasi

ANNOTASIYASI

Tayanch so’zlar: zamonaviy geometriya, affin fazo, Galiley fazosi, Yevklid fazo, izometriya, masofa, harakat, sirt tenglamasi, aylanma sirt, egrilik nuqsoni, asimptotik chiziqlar, sirtning ichki geometriyasi Tadqiqot obektlari: Birinchi tur singulyar integral tenglamalari, umumlashgan Abel integral tenglamari, kvadratur formulalar, kvadratur formulalarning xatoligini bahosidan iborat.

Tadqiqot obektlari: Umumiy o‘rta va o‘rta maxsus ta’lim tizimida matematik ta’limiga uzviylik va uzluksizlikni ta’minlashga yo‘naltirilgan o‘quv jarayoni.

Ishning maqsadi: Mazkur magistrlik dissertatsiyasi Galiley fazosida aylanma sirtlar va ularga bog’liq differensial xarakteristikalarini o‘rganishga bag’ishlangan.

Dissertatsiyada Galiley fazosida aylanma sirtlar o’rganilib, quyidagi vazifalar hal qilinishi zarur.

- Galiley fazosida aylanma sirtlarning ichki geometriyasi;
- Aylanma sirtlarning to’liq va o’rta egriligiga bog’liq differensial xarakteristikalari

Tadqiqot metodlari: Analitik taxlil, pedagogik kuzatish, pedagogik tajriba, pedagogik loyihalash, sistemalashtirish hamda matematik-statistik metod

Amaliy ahamiyati: Ushbu dissertatsiya nazariy xarakterga ega bo’lib, uning natijalari fizika fanining nisbiylik nazariyasida qo’llash mumkin va ushbu yo’nalishni rivojlantirishga hizmat qiladi

Tadbiq etish darajasi: Matematika darslarida Galiley fazosida aylanma sirtlar va ularga bog’liq differensial xarakteristikalarini ochib berish o‘quvchilarning matematika faniga bo‘lgan qiziqishini kuchaytiradi va fikrlashga undaydi.

Qo‘llanilish sohasi: Oliy ta’lim va umumiy o‘rta ta’lim maktablari

ANATATION

“THEORY OF ROTATING SURFACES IN GALILEAN SPACE "

master's thesis on the subject

Keywords: modern geometry, affine space, Galilean space, Euclidean space, isometry, distance, motion, surface equation, rotating surface, curvature defect, asymptotic lines, internal geometry of the surface

Objects of research: The educational process aimed at ensuring the continuity and continuity of mathematician education in the system of general secondary and secondary special education..

Purpose: This master's thesis is devoted to the study of rotating surfaces in Galilean space and their related differential characteristics.

In the dissertation, rotating surfaces in Galilean space are studied, and help is needed to solve them.

- Internal geometry of rotating surfaces in Galilean space;

-Differential characteristics of rotating surfaces depending on full and medium curvature

Research methods: Analytical analysis, pedagogical observation, pedagogical experience, pedagogical design, systematization and mathematical-statistical method

Practical significance: This dissertation has a theoretical character, its results can be used in the theory of relativity of physics and contributes to the development of this direction.

Level of Implementation: In the mathematics lessons, revealing the rotating surfaces in the Galilean space and the differential characteristics related to them increases the interest of students in mathematics and encourages them to think.

Field of application: Higher education and general secondary schools.

Mundarija

Kirish

Magistrlik dissertatsiyasi mavzusining asoslanishi va uning dolzarbligi

Ma’lumki geometriya fani qadimiy fan bo’lib, to’la shakllangan va maktab o’quvchilari uchun birinchi ilmiy fan sifatida o’tiladigan dars hisoblanadi. Tarixan “Lobachevskiy geometriyasi” ning 1826-yilda paydo bo’lishi va uni keng ilm axli tomonidan faqat 1865-yilga kelib tan olinishi xamda bu tan olishni ilmiy asoslash “Geometriya asoslari” fanining paydo bo’lishiga olib kelgan voqeylik hisoblanadi

«Funktsional analiz, algebra, differentsial tenglamalar, matematik fizika, matematik modellashtirish, hisoblash matematikasi va diskret matematika, ehtimollar nazariyasi va matematik statistika»[1] qaror ijrosini ta’minlashda kvadratur formulalar qurish va ularning xatoliklarini baholash muhim ahamiyatga ega.

Muhammad al Xorazmiy, Ahmad Farg‘oniy, Abu Rayhon Beruniy, Mirzo Ulug‘bek singari ulug‘ ajdodlarimiz tamal toshini qo‘ygan matematika fani ilm-fan va texnikaning zamonaviy tarmoqlari jadal rivojlanishi munosabati bilan hozirgi kunda yanada katta ahamiyat kasb etmoqda. Axborot-kommunikatsiya texnologiyalari, tibbiyot, biologiya, raqamli iqtisodiyot sohasida va boshqa ko‘plab sohalarda uning roli ayniqsa ortdi [2].Professional va oliy ta’limga doir o‘quv rejalari davlat ta’lim standartlariga muvofiq mutaxassislik fanlaridan, shuningdek umumkasbiy, matematika, tabiiy-ilmiy, gumanitar va qo‘shimcha fanlardan shakllantiriladi[3]

O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining **2022 yil 28 yanvardagi “2022-2026 yillarga mo‘ljallangan Yangi O‘zbekistonning taraqqiyot strategiyasi to‘g‘risida” gi** PF-60-

---

[1] O’zbekiston Respublikasi Prezidentining 2020 yil 7 maydagi “Matematika sohasidagi ta’lim sifatini oshirish va ilmiy- tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari to’g’risida” gi PQ-4708-son qarori.

[2] O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining qarori, 09.07.2019 yildagi “Matematika ta’limi va fanlarini yanada rivojlantirishni davlat tomonidan qo‘llab-quvvatlash, shuningdek, O‘zbekiston Respublikasi fanlar akademiyasining v.i. Romanovskiy nomidagi matematika instituti faoliyatini tubdan takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”PQ-4387-son

[3] O’zbekiston Respublikasining «Ta’lim to’g’risida»gi Qonuni, T:,2020y

son farmoni.,[4] 2019 yil 8 oktabrdagi PF-5847-son “Oʻzbekiston Respublikasi oliy ta’lim tizimini 2030 yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash toʻgʻrisida”[5]gi , Oʻzbekicton Respublikasi Prezidentining 2019 yil 27 avgustdagi PF-5789 - son “Oliy ta’lim muassasalari rahbar va pedagog kadrlarining uzluksiz malakasini oshirish tizimini joriy etish toʻgʻrisida”gi [6] qarorlarida hamda mazkur faoliyatga tegishli boshqa meyoriy-huquqiy hujjatlarda belgilangan ustuvor vazifalar ijrosini ta’minlashda mazkur dissertatsiya ishi muayyan darajada xizmat qiladi

Tadqiqotning maqsadi: Mazkur magistrlik dissertatsiyasi Galiley fazosida aylanma sirtlar va ularga bog’liq differensial xarakteristikalarini oʻrganishga bag’ishlangan.

Tadqiqot vazifalari: Dissertatsiyada Galiley fazosida aylanma sirtlar o’rganilib, quyidagi vazifalar hal qilinishi zarur.

- Galiley fazosida aylanma sirtlarning ichki geometriyasi;

-Aylanma sirtlarning to’liq va o’rta egriligiga bog’liq differensial xarakteristikalari

Tadqiqotning ob’ekti: Galiley fazosida aylanma sirtlar va ularning ichki geometriyasiga bog’liq differensial xarakteristikalarini o’rganish.

Tadqiqot predmeti: Galiley fazosida aylanma sirtlarning differensial geometriyasi

Tadqiqotning maqsadi: Aylanma sirtlarning egarsimon sirtlar xossalariga ega ekanligini o’rganish va aylanama sirtlarga doir differensial tenglamalar yordamida mavjudlik va yagonalik teoremalarini hosil qilish.

Tadqiqotning vazifalari:

Galiley fazosidagi Aylanma sirtlar va Galiley harakatidan hosil bo’lgan aylanma sirtlarning umumiy jihati, farqi ko’rsatish;

Galiley fazosida aylanma sirtlarni to’liq va o’rta egriliklari bo’yicha tiklanishi

---

[4] 2022-2026 yillarga moʻljallangan Yangi Oʻzbekistonning taraqqiyot strategiyasi toʻgʻrisida” gi **PF-60**-son farmoni.

[5] 2019 yil 8 oktabrdagi PF-5847-son “Oʻzbekiston Respublikasi oliy ta’lim tizimini 2030 yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash toʻgʻrisida

[6] Oliy ta’lim muassasalari rahbar va pedagog kadrlarining uzluksiz malakasini oshirish tizimini joriy etish toʻgʻrisida

masalalari hal qilindi;

Egriligi o’zgarmas aylanma sirtlar, aylanma sirtlarning asiptotik chiziqlariga doir misol keltirish;

Tadqiqotning ilmiy yangiligi:

Olingan natijalar takomillashtirildi

Tadqiqotda qo‘llanilgan metodikaning tavsifi: Aylanma sirtlarning egarsimon sirtlar xossalariga ega ekanligini o’rganish va aylanama sirtlarga doir differensial tenglamalar, Galiley fazosidagi Aylanma sirtlar va Galiley harakatidan hosil bo’lgan aylanma sirtlarning umumiy formulalar

Tadqiqot mavzusi bo‘yicha adabiyotlar sharhi (tahlili): Ma’lumki „ to’la geometriya ” geometriyadagi ko’plab klassik masalalar o’z yechimlarini o’tgan asrning 50-70-yillarda A.D Aleksandrov[1], A.V. Pogorelov [20], I.Ya. Bakelman, A.L. Verner, B.Y. Kontor[5], H.F. Yefimov[12], E.G. Poznyak[21] va boshqalarning ishlarida tomomila o’z ifodasini topdi.

Psevdoyevklid fazosida ko’plab masalalar bu fazolarning izotropiyasi bilan bog’liq qaralyapti va bu izotropiya geometriyasi yarimyevklid fazosi geometriyasi bo’ladi. Bunga ko’ra oxirgi yillarda Galiley fazolar geometriyasiga oid ilmiy ishlar chop etilgan. D.D. Sokolov[2], A. Artiqboyev[2],[3],[4],[25], A.I. Dalgarev[8], [**9**], [**10**], A. Kurudirek [37], A.B**.** Хачатурян[23], I.A. Dalgarev[8],[9], E.K. Kurbonov[14],[15] va boshqalarning ishlari shular jumlasiga kiradi.

Tadqiqot natijalarining nazariy va amaliy ahamiyati:

Ushbu dissertatsiya nazariy xarakterga ega bo’lib, uning natijalari fizika fanining nisbiylik nazariyasida qo’llash mumkin va ushbu yo’nalishni rivojlantirishga hizmat qiladi.

Dissertatsiya tarkibining qisqacha tavsifi: Dissertatsiya kirish,uchta bob,xulosa,foydalanilgan manba va adabiyotlar ro’yxatidan tashkil topgan. Dissertatsiyaning umumiy hajmi 61 betdan iborat

I.BOB. ZAMONAVIY GEOMETRIYA VA AFFIN FAZO

1.1.§.Zamonaviy geometriyaning ta'rifi

Geometriya fanining bir qismi bo'lgan, geometrik shakllarning uzluksiz akslantirishda saqlanadigan xossalarini o'rganadigan topologiya bo'limining rivojlanishi, fanda "ko'pxilliklar" tushunchasining paydo bo'lishiga sabab bo'ldi. Ko'pxilliklar tushunchasi nafaqat matematika fanida undan boshqa aniq fanlarda xam o'z o'rnini topdi va keng ko'lamda qo'llanilib kelinmoqda.

Amerikalik olim N.Terston o'zining "Ko'pxilliklar geometriyasi " deb nomlangan ilmiy ishida kompakt va to'la uch o'lchovli ko'pxilliklarda bir biridan farqli sakkiz xil geometriyailar mavjud ekanligini ko'rsatgan [45].

Bunda N.Terstonning asosiy g'oyasi geometriyadagi ikki nuqta orasidagi masofa tushunchasini umumlashtirishga va bu masofani saqlovchi almashtirishlar gruppasini shu fazoning xarakati sifatida olishga asoslangan.

Ma'lumki masofa tushunchasi uzunlik tushunchasi bilan bir xildir. Ikki ob'ekt orasidagi masofa deganda ularni nuqta deb qarab, shu ikki nuqta orasidagi kesmaning uzunligini tushunamiz. Bunda nuqtalar orasidagi masofa ikki nuqtaga bog'liq funksiya shaklida aniqlanishini metrika tushunchasi orqali ko'rsatish mumkin.

Bizga X to'plam berilgan, $x, y \in X$ bo'lsin, $d(x,y)$ funksiyani qaraylik. Bu funksiya ushbu shartlarni qanoatlantirsin.

1. $d(x,y) \geq 0$ tenglik , $x = y$ bo'lganda bajariladi.
2. $d(x,y) = d(y,x)$.
3. Har qanday $x, y, z \in X$ uchun $d(x,z) \leq d(x,y) + d(z,y)$ uchburchak tengsizligi deb atalgan shart bajariladi.

Shu uchta shartni qanoatlantiradigan funksiya X to'plamda metrika deb ataladi.

Quyida Terstonning 1992–yildagi ilmiy maqolasida berilgan masofa tushunchasini va geometriyaning zamonaviy ta'rifini keltiramiz:

Ikki $x, y \in X$ orasidagi masofa $\varphi(x, y)$-deb, quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi funksiyaga aytiladi:

1. $\varphi(x, y) = k$ qandaydir miqdor
2. $\varphi(x, y) = \varphi(y, x)$.

Bu erda ko'rinib turibdiki, metrikaga qo'yilgan musbat aniqlanish sharti va uchburchak tengsizligi sharti ko'rsatilmagan. Bu esa masofa tushunchasi metrika tushunchasiga qaraganda kengroq tushuncha ekanligini ko'rsatadi.

Endi bizga biror Y to'plam berilgan bo'lsin. X va Y to'plamlar elementlari uchun shunday $f-$ akslantirish mavjud bo'lsinki bu akslantirish natijasida bir-biriga mos keluvchi nuqtalar orasidagi masofalar teng bo'lsin, ya'ni

$$\varphi(x, y) = \varphi(f(x), f(y)).$$

Bu moslik o'rnatilgan ikki X, Y to'plamlar o'zaro izometrik to'plam deb ataladi va $Y = IsomX$ kabi belgilanadi.

Bundan chiqdi keltirgan masofa nafaqat uzunlik, balki boshqa kattaliklarni ham o'z ichiga oladi. Bu masofa tushunchalari kilometrda hisoblanganda avtomobil yo'lining uzunligi, temir yo'l uzunlugi, havo yo'llari uzunligi yoki ikki ob'ekt orasidagi eng qisqa masofa tanlanishi mumkin, bundan tashqari masofa tushunchasini vaqt bilan bog'lasak, Toshkent va termiz orasidagi masofa deb avtomobilda, poyezda, samolyotda va hakozo larda ketadigan vaqtlar masofa tushunchasini beradi.

Terston tomonidan keltirilgan geometriya fanining zamonaviy ta'rifi:

Ta'rif-1.1.1. Geometriya $(Y, IsomX)-$ to'plamlarga tegishli xossalarni o'rganuvchi fandir.

Avvalo $IsomA$ –tushunchasini "harakat"tushunchasi bilan solishtiramiz.

Agar ikki $A(x_1, y_1)$ va $B(x_2, y_2)$ nuqtalarni olsak, ularning aksi $A'(x'_1, y'_1)$ va $B'(x'_2, y'_2)$ bo'lsa, mos ravishda AB kesma $A'B'$ kesmaga akslantirilgan deyiladi.

Ta'rif-1.1.2: Tekislikni o'zini o'ziga akslantirganda, mos keluvchi nuqtalar orasidagi masofalar o'zgarmasa bunday akslantirish harakat deb ataladi.

Demak harakat izometriyaning xususiy xoli bo'ladi.

Ta'rifda keltirilgan X – to'plam chekli yoki cheksiz elementlardan iborat to'plam bo'lishi mumkin. Chekli elementlardan iborat to'plamlar geometriyasi " chekli geometriya " nomi bilan atalib zamonaviy geometriyaning eng yangi rivojlanayotgan bo'limini tashkil qiladi.

Biz bilgan maktab geometriyasidagi tekislik bilan bog'liq geometriyalar ya'ni, cheksiz to'plam geometriyalari юqoridagi ta'rifga mos kelishini ko'ramiz.

Bizga ikkita P_1 va P_2 tekisliklar va berilgan bo'lsin. Bunda "nuqta", "to'g'ri chiziq", "tekislik" – kabi tushunchalarni boshlang'ich tushunchalar deb hisoblab, P_1- tekislikda Oxy – Dekart koordinatalar sistemasini kiritaylik. Bunda uchlari $A(x_1, y_1)$ va $B(x_2, y_2)$ nuqtalarda bo'lgan kesma uzunligi

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \qquad (1.1.1)$$

tenglik bilan hisoblanadi. Agar $d = \varphi(A, B)$ desak, $\varphi(A, B) = \varphi(B, A)$ shart bajariladi va $\varphi(A, B)$- masofa funksiyasi bo'ladi.

Endi P_2 – tekislikda $O'x'y'$ - dekart koordinatalar sistemasi o'rnatilgan bo'lsin. Agar Oxy va $O'x'y'$ koordinatalar sistemasi bitta tekislikda misol uchun P_1 tekislikda olsak, u holda, bir biriga mos keluvchi nuqtalar koordinatalari orasida

$$f: \begin{cases} x' = x\cos\alpha - y\sin\alpha + a \\ y' = x\sin\alpha + y\cos\alpha + b \end{cases} \qquad (1.1.2)$$

akslantirish o'rnatish mumkin. Bunda f: - akslantirish A va B nuqtalar A' va B' nuqtalarga akslangan bo'lsa, ular orasidagi masofa uchun $\varphi(A, B) = \varphi(A', B')$ tenglik bajariladi. Shunday qilib (1.1.1) tenglik bilan aniqlangan ikki nuqta orasidagi masofa (1.1.2)–akslantirishda saqlanadi. Demak, tekisliklar orasida izometriya mavjud. Biz bilgan maktab geometriyasi (Evklid geometriyasi) tekislikdagi shakllarning (1.1.2)-akslantirishda saqlanadigan xossalalrini o'rganuvchi fan ekan.

1.2.§. Affin fazo, affin koordinatalar sisitemasi

Bizga bo'sh bo'lmagan V to'plam berilgan bo'lib, bu to'plamning elementlari nimadan iborat ekanligi haqida ma'lumot bermay, quyidagi amallar kiritilishini talab etamiz.

a) a va b larning yig'indisi deb atalgan $(a + b)$ amal aniqlangan bo'lib, $(a + b) \in V$ bo'lsin.

b) haqiqiy $\lambda \in R$ – son va ixtiyoriy a – element uchun, a ning λ ga ko'paytmasi $\lambda \cdot a$ – amal aniqlangan bo'lib, $\lambda \cdot a \in V$ bo'lsin.

Ta'rif-1.2.1. Berilgan V to'plamning yuqorida kiritilgan a) va b) amallari uchun quyidagi 1^0-7^0 shartlar bajarilsa, V – to'plam Chiziqli fazo deb ataladi.

1^0. Qo'shishga nisbatan komutativlik: $a + b = b + a$,

2^0. Qo'shishga nisbatan assotsiativlik: $a + (b + c) = (a + b) + c$,

3^0. Har bir a element uchun shunday $-a$ element mavjudki $a + (-a) = 0$,

4^0. Har bir $\lambda, \mu \in R$ haqiqiy sonlar va har bir a element uchun ko'paytirishga nisbatan assotsiativlik: $\lambda \cdot (\mu \cdot a) = (\lambda \cdot \mu) \cdot a$,

5^0. Har qanday λ haqiqiy son va ixtiyoriy a, b elementlar uchun songa ko'paytirish amali qo'shish amaliga nisbatan distributive: $\lambda \cdot (a + b) = \lambda \cdot a + \lambda \cdot b$,

6^0. Har bir $\lambda, \mu \in R$ haqiqiy sonlar va har bir a element uchun ko'paytirish amali sonlarni qo'shishga nisbatan distributiv: $(\lambda + \mu) \cdot a = \lambda \cdot \vec{a} + \mu \cdot a$,

7^0. Har qanday a – element uchun $1 \cdot a = a$,

8^0. $0 \in V$ element mavjud bo'lib har qanday a element uchun $a + 0 = a$.

Chiziqli fazoni "Λ" –korinishida belgilaymiz

Chiziqli fazoda eng ko'p ishlatiladigan misollardan biri vektor fazodir, bu fazoning elementlarini vektorlardir. Bundan tashqari chiziqli fazoga xaqiqiy sonlar to'plami, kvadrat matritsalar to'plami, kvadrat uchhadlar to'plami va xakozo misollarni keltirish mumkin.

Bizga chiziqli fazo Λ – berilgan bo'lib, $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$ – vektorlar uning elementlari bo'lsin.

Ta'rif-1.2.2: Chiziqli fazoning $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$ elementlari uchun kamida bittasi noldan farqli $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ haqiqiy sonlar mavjud bo'lib, $\lambda_1\vec{a}_1 + \lambda_2\vec{a}_2 + \dots + \lambda_n\vec{a}_n = 0$ munosabat o'rinli bo'lsa, $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$ vektorlar oilasi chiziqli bog'lanishli, aks holda esa bu oila chiziqli erkli deyiladi.

Ta'rif-1.2.3: (Chiziqli fazo o'lchami) Chiziqli Λ – fazoda n – ta chiziqli erkli element mavjud bo'lib, har qanday $(n+1)$ – element chiziqli bog'liq bo'lsa, chiziqli fazo n – o'lchovli chiziqli fazo deb ataladi va Λ_n – shaklda yoziladi. Umuman olganda chiziqli fazo o'lchami chekli va cheksiz bo'lishi mumkin. Biz geometriya fanida asosan chekli chiziqli fazolar bilan shug'ullanamiz.

Bizga n -o'lchovli chiziqli fazo Λ_n va V- vektorlar fazosi berilgan bo'lsin. Bunda chiziqli fazo elementlarini nuqtalar deb ataymiz.

Chiziqli fazoning $A, B \in \Lambda_n$ ikkita elementiga V vektorlar fazodan bitta $\vec{a}$- ni mos quyamiz. Bu moslikdan quyidagi shartlarni talab etamiz.

1^0 Ixtiyoriy $A \in \Lambda_n$ va $\vec{a} \in V$ uchun Λ_n chiziqli fazoda $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$-ni qanoatlantiradigan $B \in \Lambda_n$ mavjud.

2^0 Ixtiyoriy A, B, C nuqtalar uchun $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ bajariladi.

Ta'rif-1.2.4: Chiziqli Λ_n va V o'rtasida o'rnatilgan moslik 1^0-2^0 aksiomalarni qanoatlantirsa, Λ_n- chiziqli fazoga A_n - n- o'lchovli vektor affin fazo, deb ataladi.

Bunda chiziqli fazoning xar bir nuqtasiga V -vektor fazodan O-vektor mos keladi deb hisoblash mumkin.

Bizga A_n-affin fazosi berilgan bo'lsin. Bu fazoda ixtiyoriy tayin O- nuqtani nol vektorga mos keluvchi nuqta yoki koordinatalar boshi deb olamiz. Bunda A_n-ga tegishli ixtiyoriy A nuqta uchun $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ vektor mavjud bo'ladi. Bu vektorni A -nuqtaning radius vektori deb ataymiz.

Affin fazosda koordinatalar boshidan farqli A va B nuqtalari uchun, 2^0 – shartdan foydalansak

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \vec{b} - \vec{a}$$

bo'ladi.

To'g'ri chiziq –bir o'lchovli affin fazo, tekislik ikki o'lchovli affin fazoga misol bo'ladi.

A_n-affin fazosida $\{e_1, e_2, ..., e_n\}$ chiziqli erkli vektorlar sistemasini olaylik. Bu sistemadagi vektorlar fazodagi ixtiyoriy $\vec{a}$ vektor, ya'ni $\{e_1, e_2, ..., e_n, \vec{a}\}$ vektorlar sistemasi chiziqli bog'langandir. U holda $\vec{a}$ vektorni $\vec{a} = x_1e_1 + x_2e_2 + ... + x_ne_n$ shaklida yozish mumkin. Bunda $(x_1, x_2, ..., x_n)$ lar $\vec{a}$ vektorning $O(e_1, e_2, ..., e_n)$ koordinata sistemasidagi affin koordinatalari deb ataladi.

Affin koordinatalar sistemasining Dekart koordinatalar sistemasidan farqi, bazis vektorlar birlik ortoganal vektorlar bo'lishi shart emas, yoki koordinatalar o'qlarining yo'nalishi bazis vektorlar $\{e_1, e_2\}$ yo'nalishlari bilan aniqlanishi va ular o'zaro tik bo'lishi shart emas bundan tashqari $|\overrightarrow{e_1}| \neq |\overrightarrow{e_2}|$ bo'lishi mumkin. Chunki har bir o'q uchun o'zining masshtab birligi mavjud bo'lib bunday koordinatalar sistemasidan mexanika va fizika masalalarni yechishda qo'l keladi.

Fazodagi qandaydir nuqtaning biror koordinatalar sistemadan boshqa koordinatalar sistemasiga o'tishga to'g'ri keladi. Biz bu ishni n o'lchovli affin fazosida qaraymiz [4].

Affin koordinatalar sistemasidagi $\{e_1, e_2, ..., e_n\}$ bazis vektorlarni, boshqa chiziqli erkli bo'lgan yangi $\{e'_1, e'_2, ..., e'_n\}$ -vektorlar bilan almashtiraylik.

Bunda yangi vektorlar, avvalgi $\{e_1, e_2, ..., e_n\}$-vektorlar bilan chiziqli ifodalanadi.

Bu almashtirish quyidagicha bo'lsin.

$$\begin{cases} e_1' = c_{11}e_1 + c_{21}e_2 + \ldots + c_{n1}e_n \\ e_2' = c_{12}e_1 + c_{22}e_2 + \ldots + c_{n2}e_n \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ e_n' = c_{1n}e_1 + c_{2n}e_2 + \ldots + c_{nn}e_n \end{cases}$$

Almashtirishning matritsalar yordamidagi ifodasi

$$e_j' = C_{ij} \cdot e_i,$$

e_j' dan C_{ij} ga o'tish matritsasi deyiladi.

Agar bazis almashtirishdan tashqari koordinatalar boshi $B = \overrightarrow{OO'}$-vektorga ko'chirib O'-nuqtaga o'tkazilsa, hosil bo'lgan yangi affin koordinatalaridagi X'-vektor va uning avvalgi koordinatalar sistemasidagi X -obrazi koordinatalari bilan ushbu

$$X' = A \cdot X + B$$

affin almashtirish bilan bog'langan bo'ladi.

Skalyar ko'paytma

Ma'lumki Yevklid fazosida $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarning skalyar ko'paytmasi deb shu vektorlarning uzunliklari bilan ular orasidagi burchak kosinusi ko'paytirishdan hosil qilingan songa aytilar edi. Ya'ni ta'rifga ko'ra $(\vec{a}, \vec{b}) = |\vec{a}\,||\vec{b}|cos\varphi.$

Bizga n-o'lchovli affin fazosi berilgan bo'lib, bu fazoda $O(e_1, e_2, ..., e_n)$ affin koordinatalar sistemasi kiritilgan bo'lsin.

Affin fazoda berilgan $X\{x_1, x_2, ..., x_n\}$ va $Y\{y_1, y_2, ..., y_n\}$ vektorlar uchun ularning skalyar ko'paytmasi

:

$$\left(\vec{X} \cdot \vec{Y}\right) = \sum_{i=1}^{n} a_{ij} x_i y_j \qquad (1.2.1)$$

Shaklda aniqlangan tenglikka aytiladi. Bunda $a_{ij} = (e_i e_j)$ ko'paytmasidan iborat.

Bu forma quyidagi xossalarga ega:

1^0. $\left(\lambda\vec{X},\vec{Y}\right) = \lambda\left(\vec{X},\vec{Y}\right) = (\vec{X},\lambda\vec{Y}),\ \lambda \in R$

2^0. $\left(\vec{X}+\vec{X}',\vec{Y}\right) = \left(\vec{X},\vec{Y}\right) + (\overrightarrow{X'},\vec{Y})$.

Ma'lumki (1.2.1) tenglikning o'ng tomoni ikki o'zgaruvchili kvadratik formadan iborat bo'lib, kvadratik forma musbat aniqlangan bo'lsa (1.2.1) skalyar ko'paytma evklid fazosidagi vektorlaning skalyar ko'paytmasini beradi.

Xususan e_i -vektorlar birlik ortoganal vektorlar bo'lsa,

$$\left(\vec{X}\cdot\vec{Y}\right) = x_1y_1 + x_2y_2 + \ldots + x_ny_n$$

bo'lib koordinatalar sistemasi Dekart koordinatalarini beradi.

Agar (1.2.1) tenglamaning o'ng tomoni musbat aniqlanganmagan kvadratik forma bo'lsa, evklid geometriyasidan farqli geometriya hosil bo'ladi.

Avvalo A_2 -Affin tekisligini qaraylik. Bu tekislikda ikki vektorning skalyar ko'paytmasi (e_1e_2) – bazis vektorlar skalyar ko'paytmasi qanday kiritilishiga qarab, tekislikdagi geometriya har xil bo'lishi mumkin. Misol uchun e_{ij} – bazis vektorlar birlik vektor bo'lsin. Ularning ko'paytmalarini quyidagicha yozib olamiz:

$$(e_1e_1) = 1, (e_1e_2) = (e_2e_1) = \frac{\sqrt{2}}{2}, (e_2e_2) = 1$$

Bunda ikki $X\{x_1, x_2\}$ va $Y\{y_1, y_2\}$ vektorlarning skalyar ko'paytmasi

$$(X \cdot Y) = x_1y_1 + \frac{\sqrt{2}}{2}x_1y_2 + \frac{\sqrt{2}}{2}x_2y_1 + x_2y_2$$

ko'rinishni oladi.

Yevklid geometriyasida ikki vektorning skalyar ko'paytmasi ularning uzunliklari va ular orasidagi burchak kosinusi ko'paytmasiga teng ekanligidan foydalansak,

$$(e_1e_2) = |e_1||e_2|\cos\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ va } e_1^2 = |e_1|^2 = 1, e_2^2 = |e_2|^2 = 1$$

tengliklarni hosil qilamiz.

Bunda $\{e_1, e_2\}$ – bazis vektorlar orasidagi burchak $\varphi = 45^0$ ekanligini ko'rish mumkin.

Demak, berilgan vektorlar skalyar ko'paytmasi affin koordinatalar o'qlari orasidagi burchak 45^0 ga teng bo'lgan Yevklid tekisligi bo'lar ekan.

Umuman olganda affin tekisligidagi affin koordinatalar sistemasida ham barcha geometrik amallarni bajarish mumkin. Bunda har doim koordinatalar orasidagi burchakka bog'liq hadlar paydo bo'ladi.

Berilgan A_2 – tekislikdagi Dekart koordinatalar sistemasi koordinatalar o'qi o'zaro perpendikulyar bo'lishi uchun $(e_i e_j)$-ko'paytma quyidagi shartlarni bajarish kerak:

$$(e_1 e_1) = 1, (e_1 e_2) = (e_2 e_1) = 0, (e_2 e_2) = 1.$$

U holda ushbu

$$\left(\vec{X} \cdot \vec{Y}\right) = x_1 y_1 + x_2 y_2$$

skalyar ko'paytma Yevklid tekisligidagi vektorlarning skalyar ko'paytmasi deb, bu ko'paytma aniqlangan tekislik esa Yevklid tekisligi deb ataladi.

Affin fazosida vektorlarning perpendikulyarligi haqidagi tushuncha yo'q. Skalyar ko'paytma aniqlangandan keyin affin fazo aniq bir geometriyani ifoda etadi. Demak, perpendikulyarlik qaysi geometriya kiritilganiga, aniqrog'i skalyar ko'paytmaga bog'liq tushuncha ekan.

Biz bu paragrafda skalyar ko'paytmani faqat Yevklid geometriyasiga bo'g'liq tushunalari bilan tanishdik, yuqorida aytganimizdek, affin fazosida yevklid geometriyasidan farqli bo'lgan geometriyalarni ham skalyar ko'paytmani kiritish orqali boshqa-boshqa geometriyalarni hosil qilish mumkin. Keyingi paragraflarda bu geometriyalarning eng muhimlari bilan tanishamiz.

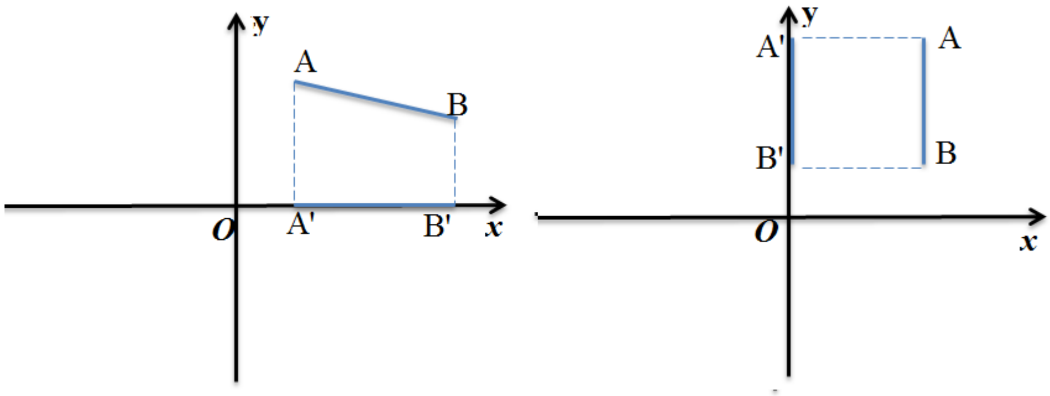
1.3.§Galiley tekisligidagi geometriya

Noyevklid geometriyaning muhim geometriyalaridan biri bu Galiley geometriyasidir. Bu geometriya ham skalyar ko'paytma orqali kiritilib unda "masofa" va "harakat" asosiy tushunchalar hisoblanadi.

Tekislikda Oxy koordinatalar sistemasi o'rnatilgan bo'lib unda $A(x_1, y_1)$ va $B(x_2, y_2)$ nuqtalarni olsak, bu nuqtalar uchun quyidagi moslik

$$\varphi(A,B) = d_{AB} = \begin{cases} |x_2 - x_1|, agar\ x_2 \neq x_1 \\ |y_2 - y_1|, agar\ x_2 = x_1 \end{cases} \quad (1.3.1)$$

o'rnatilgan bo'lsa, ya'ni kiritilgan bu kattalik ikki nuqta orasidagi masofa bo'ladi, chunki $\varphi(A,B) = \varphi(B,A)$. (1.3.1 rasm)



1.3.1-rasm

Endi bu masofani saqlaydigan akslantirish mavjudligini ko'rsatamiz.

Ushbu

$$\begin{cases} x' = x + a \\ y' = hx + y + b \end{cases} \quad (1.3.2)$$

akslantirishda (1.3.1) masofa saqlanishini tekshiramiz:

$$\varphi(A',B') = |x'_2 - x'_1| = |x_2 + a - x_1 - a| = |x_2 - x_1| = \varphi(A,B)$$

Agar $x_2 = x_1$ bo'lsa,

$$\varphi(A',B') = |y'_2 - y'_1| = |hx_2 + y'_2 + b - hx_1 - y'_1 - b| = |y_2 - y_1| = \varphi(A,B)$$

ikkala holda xam mos keluvchi nuqtalar orasidagi masofa o'zgarmaydi.

Demak, (1.3.2) almashtirish xarakat bo'ladi. Bu esa tekislikda (1.3.1) masofa (1.3.2) akslantirishda saqlanar ekan.

Ta'rif-1.3.1. Ikki vektorning skalyar ko'paytmasi

$$(XY)_1 = x_1 x_2,$$

$$(XY)_1 = 0 \text{ bo'lsa } (XY)_2 = y_1 y_2$$

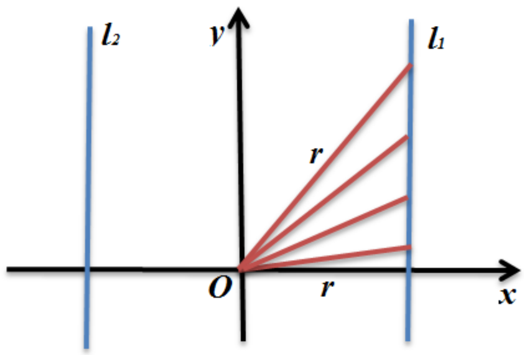
shakldа aniqlangan A_2 affin fazoga Galiley tekisligi deyiladi.

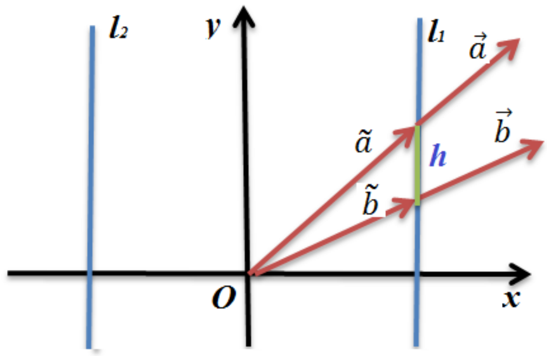
Misol uchun $\bar{a}(-1,4)$; $\bar{b}(7,-12)$ vektorlar berilgan bo'lsa ularning skalyar ko'paytmasi $(\bar{a}\bar{b}) = -1 \cdot 7 = -7$ bo'ladi, agar vektorlar $\bar{a}(-15,3)$ $\bar{b}(0,12)$ ko'rinishda berilgan bo'lsa skalyar ko'paytma $(\bar{a}\bar{b}) = 3 \cdot 12 = 36$ bo'ladi, chunki $\bar{b}$.vektorning birinchi koordinatasi nol, demak skalyar ko'paytma ham nol, shuning uchun ikki vektorda ham ikkinchi koordinatalar olinadi.

Galiley tekisligi affin tekisligi bo'lib, unda ikki nuqta orasidagi masofa, nuqtalarning absissa o'qidagi proeksiyasi sifatida aniqlanadi. Agar absissadagi proeksiya nolga teng bo'lsa, masofa nuqtaning ordinata o'qdagi proeksiyalariga teng. Shuning uchun ordinata o'qiga parallel to'g'ri chiziqlar Galiley tekisligining maxsus chiziqlari deb ataladi [2][3].

Galiley fazosida xam aylanani evklid fazosidagi aylana ta'rifidan keltiramiz, ya'ni berilgan nuqtadan teng uzoqlikda yotgan nuqtalarning geometrik o'rni aylana deb ataladi.

Aytaylik $|OA| = r$ bo'lsin. Unda $|OA|^2 = r^2$ bo'lib $(x - x_0)^2 = r^2$ ifoda $x^2 = r^2$ ga teng, boshqacha aytganda Galiley tekisligida aylana paralel to'g'ri chiziq (maxsus chiziq) lardan iborat bo'ladi.(1.3.2- rasm)





1.3.2- rasm 1.3.3- rasm

Galiley geometriyasida burchak tushunchasi Yevklid geometriyasidagi burchak tushunchasi kabi kiritiladi. Demak Galiley tekisligida burchak kattaligini aniqlash uchun markazi burchak uchida bo'lgan birlik aylana qaraymiz.(1.3.3- rasm). Shu birlik aylananing burchak ichki qismidagi yoyi uzunligi burchak kattaligi deb hisoblanadi va burchak kattaligi h - kesma uzunligiga teng bo'ladi.

Misol uchun bizga $\vec{a}(x_1, y_1)$, $\vec{b}(x_2, y_2)$ vektorlar berilgan bo'lsa ular orasidagi burchakni topish uchun avvalo vektorlarni koordinata boshiga paralel ko'chiramiz $\tilde{a}\left(1, \frac{y_1}{x_1}\right), \tilde{b}(1, \frac{y_2}{x_2})$, so'ngra hosil bo'lgan yangi vektorlarning ikkinchi koordinatalarini ayiramiz (1.3.3- rasm).

$$h = \vec{a}\hat{\ }\vec{b} = \left|\frac{y_2}{x_2} - \frac{y_1}{x_1}\right|.$$

Bunda burchak kattaligi $0 \leq h < \infty$ qiymatlarni qabul qilishi mumkin. Agar ikki to'g'ri chiziq $y = k_1 x + b_1$ va $y = k_2 x + b_2$ tenglama bilan berilgan bo'lsa, ular orasidagi burchak $h = |k_2 - k_1|$ ga teng bo'ladi.

Ixtiyoriy to'g'ri chiziq bilan maxsus to'g'ri chiziq orasidagi burchak chegaralanmagan, chunki to'g'ri chiziqlardan birini kesishish nuqtasida ikkinchisi atrofida Yevklid ma'nosida aylantirilsa ya'ni maxsus to'g'ri chiziqqa cheksiz yaqinlashtirsak, burchak kattaligi ham cheksizga intiladi.

Yevklid ma'nosida ikki to'g'ri chiziqning perpendikulyarligi ular hosil qilgan qo'shni burchaklarning "tengligini" bildiradi. Nazariy jihatdan Galiley geometriyasida “qoshni burchaklarning tengligi” tushunchasini kiritsak, u holda maxsus to’g’ri chiziq bilan boshqa har qanday to’g’ri chiziqning kesishishidan hosil bo’lgan qo’shni burchaklarning burchak kattaligi $h_1 = h_2 = \infty$ teng bo’ladi. Bu esa Galiley tekisligida maxsus to’g’ri chiziq har qanday to’g’ri chiziqqa perpendikulyar ekanligini bildiradi.

Perpendikulyarlik tushunchasi orqali Galiley geometriyasida nuqtadan to’g’ri chiziqqacha bo’lgan masofani aniqlaymiz.

Bizga $Ax + By + C = 0$ to’g’ri chiziq va unda yotmagan $A(x_0, y_0)$ nuqta berilgan bo’lsin. $A(x_0, y_0)$ nuqtadan $x = x_0$ maxsus to’g’ri chiziq o’tkazamiz, uning $Ax + By + C = 0$ to’g’ri chiziq bilan kesish nuqtasi $A'(x_0, -\frac{Ax_0+C}{B})$ bo’lsa, u holda nuqtadan to’g’ri chiziqqacha bo’lgan masofa

$$H = d_{AA'} = \left|\frac{Ax_0 + By_0 + C}{B}\right|$$

ko’rinishda aniqlanadi.

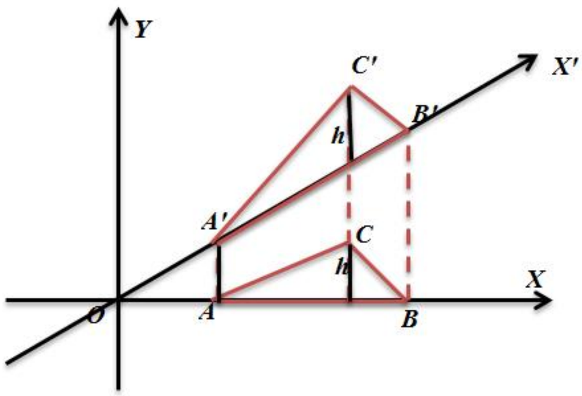
Endi tekislikda biror tasvir (uchburchak) ni Galiley ma’nosida burchakka buramiz (1.3.4-rasm):

1.Ox o’qni birlik aylan bo’yicha h balandlikka ko’taramiz.

2. ABC uchburchak uchlaridan maxsus to’g’ri chiziqlar o’tkazamiz, OX o’qda yotgan AB asos yangi OX' o’qdagi mos $A'B'$ kesmaga o’tadi.

3.C o’qning proyeksiyasini undan o’tgan maxsus to’g’ri chiziqda OX' dan h masofada C' nuqtani hosil qilamiz.

4. Uchta nuqtani birlashtirib $A'B'C'$ uchburchakni hosil qilamiz.



1.3.4-rasm

Galiley geometriyasida shakllarning ba'zi xossalari

Avvalo shuni aytish kerakki Galiley tekisligida biror geometrik shakl misol uchun uchburchakning hech bir tomoni maxsus to'g'ri chiziqda yotmasligi kerak. Chunki maxsus to'g'ri chiziqdagi nuqtalar orasidagi masofani hisoblash ikkinchi qismga tegishli bo'lib qoladi.

Galiley tekisligida uchburchak uchun quyidagilarni keltiramiz.

Bizga ABC uchburchak berilgan bo'lsin.

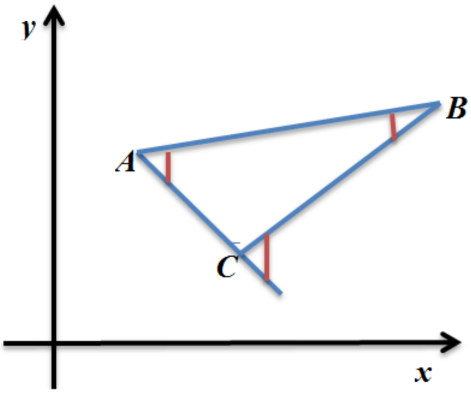
1^0.Uchburchakni bitta tomoni, qolgan tomonlari yig'indisiga teng:

$$AB = AC + CB$$

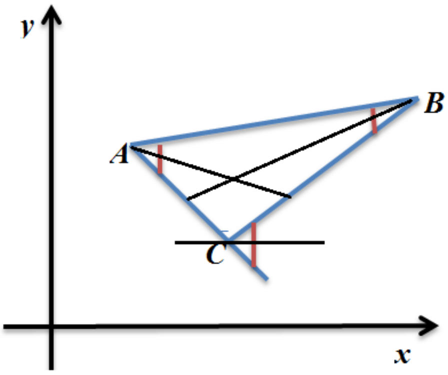
(1.3.4) –rasmdan ko'rsa bo'ladiki AC va CB tomonlarning OX o'qdagi proyeksiyalari AB asosga teng.

$\mathbf{2^0}$ .Uchburchakning $\angle A, \angle B, \angle C$ burchaklari bo'lsa, bu burchaklardan biri qolgan ikki burchagining yig'indisiga teng, ya'ni: $\angle C = \angle A + \angle B$

Bu Yevklid ma'nosidagi uchburchakning bitta tashqi burchagi unga qo'shni bo'lmagan ichki burchaklari yig'indisiga teng ekanligidan kelib chiqadi (1.3.5-rasm)



1.3.5-rasm

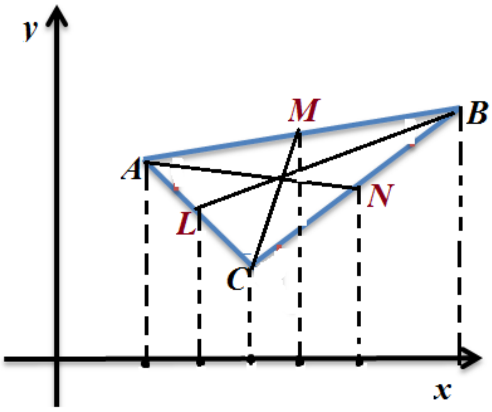


1.3.6-rasm

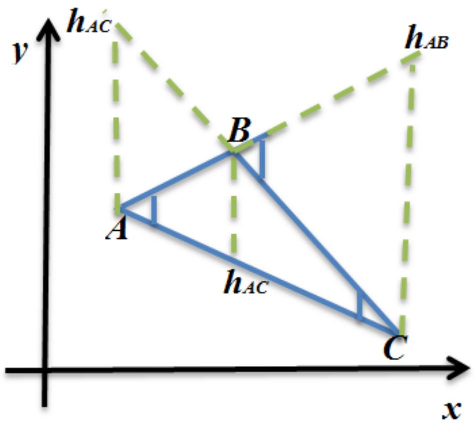
Galiley geometriyasida uchburchakning mediana, bissektrisa, balandlik va yuzasi huddi Yevklid geometriyasidagi kabi kiritiladi.

3^0. **Bissektrisa**. Galiley tekisligida burchak tushunchasi butunlay boshqa tushuncha ekanligini va 2^0 xossadagi burchaklardan biri tashqarida ekanligidan foydalansak, u holda uchburchak bissektrisalaridan biri uchburchak tashqarisida yotadi (1.3.6-rasm)

4^0.**Mediana.** Uchburchakning medianalari bir nuqtada kesishadi va kesishish nuqtasida $\frac{1}{2}$ nisbatda bo'linadi. (1.3.6-rasm).



1.3.6-rasm



1.3.7-rasm

Uchburchak medianasi , mos uchburchakning Yevklid geometriyasidagi medianasidan hech farq qilmaydi, ya'ni aynan bir xil bo'ladi va bir xil xossalarga ega bo'ladi. Faqat mediana maxsus to'g'ri chiziqda bo'lgan holda u Yevklid geometriyasidan farqli xossaga ega.

4⁰. Balandlik. Galiley ma'nosidagi uchburchak balandligi tomon qarshisidagi uchdan tomonga o'tkazilgan maxsus to'g'ri chiziq bo'ladi (1.3.7-rasm).

1.3.7-rasmda A, B, C uchlardan o'tkazilgan balalandliklar mos ravishda h_A, h_B, h_C – kesmalarga teng.

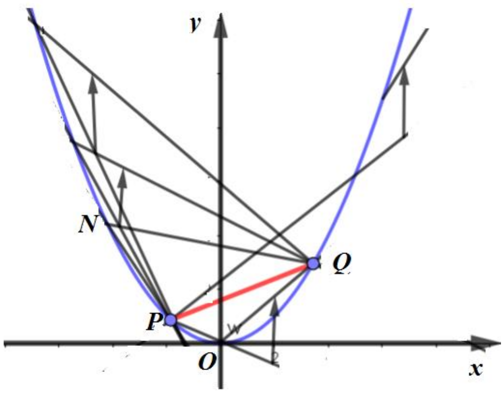
$$S_\Delta = \frac{1}{2} AC \cdot h_{AC} = \frac{1}{2} AB \cdot h_{AB} = \frac{1}{2} BC \cdot h_{BC}.$$

5⁰. Sikl. Ma'lumki berilgan kesma bir xil burchak ostida ko'rinadigan nuqtalarning geometrik o'rni Yevklid tekisligida aylanani beradi. Agar Galiley tekisligida bu ta'rifni qanoatlantiradigan nuqtalarning geometrik o'rnini qarasak, u simmetriya o'qi maxsus to'g'ri chiziq bo'lgan parabola bo'ladi.

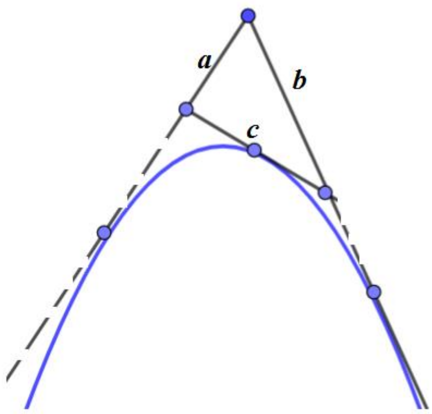
Ta'rif-1.3.2. Galiley tekisligi berilgan kesma (maxsus bo'lmagan) o'zgarmas burchak ostida ko'rinadigan nuqtalarning geometrik o'rni sikl deb ataladi. Galiley tekisligidagi siklni Evklid geometriyasidagi aylana ta'rifini qanoatlantiradigan chiziq sifatida qarash mumkin.

Demak, sikl bu N – nuqtalar to'plami bo'lib, ular uchun har doim $\angle PNQ = const$, bunda PQ – berilgan kesma. (1.3.9-rasm).

Galiley tekisligida *xOy* koordinat sistemasida sikl tenglamasini $y = ax^2 + bx + c$ shaklga keltirish mumkin.



1.3.9-rasm



1.3.10-rasm

Sikl uchun a koeffisent invariant kattalikdir. Radius $a > 0$ bo'lganda sikl ordinata o'qi yo'nalishida, $a < 0$ da esa sikl ordinata o'qi yo'nalishiga qarama – qarshi yo'nalishda bo'ladi.

Sikl Yevklid aylanasiga xos ko'plab xossalarga ega. Masalan biror nuqtadan siklga a, b urinmalar o'tkazish mumkin. Agar a, b urinmalar bilan uchburchak hosil qiluvchi c urinma berilgan bo'lsa, u holda bu uchburchakka yagona usulda siklni ichki chizish mumkin. Bunda uchburchakning a, b, c tomonlari sikl bilan urinish nuqtasiga ega bo'ladi (1.3.10-rasm). Bundan tashqari sikl tashqarisidagi nuqtadan siklga o'tkazilgan urinmalarning urinish nuqtasigacha bo'lgan masofalar teng bo'ladi.

I bob yuzasidan xulosa

Birinchi bob zamonaviy geometriya va affin fazo deb nomlanib unda zamonaviy geometriyaning ta'rifi, masofa va harakat, izometriya haqidagi tushunchalar yoritilgan. Avvalo affin fazo haqida tushuncha berilib, affin fazoning koordinatalar sistemasi kiritilgan, so'ngra affin fazoda skalayar ko'paytmani kiritish orqali Galiley tekisligidagi geometriya kiritildi, unda ikki nuqta orasidagi masofa, vektorning normasi, burchak tushunchalari va geometrik shakllarning geometrik xarakterlari o'rganildi.

II-BOB. GALILEY FAZOSIDA SIRTLAR NAZARIYASI

2.1.§. Uch o'lchovli Galiley fazosidagi geometriya

Bizga A_3 affin fazo berilgan bo'lsin.

Ta'rif-2.1.1. Fazoda ikki vektor skalyar ko'paytmasi $(XY)_1 = x_1x_2$, $(XY)_1 = 0$ bo'lsa $(XY)_2 = y_1y_2 + z_1z_2$ shakldа aniqlangan fazo Galiley fazosi deb ataladi va R_3^1-kabi belgilanadi.

1-Misol

1. $\bar{a}(1,3,4)$; $\bar{b}(-1,2,6)$ skalyar ko'paytma $(\bar{a}\bar{b}) = 1\cdot(-1) = -1$ bo'ladi.

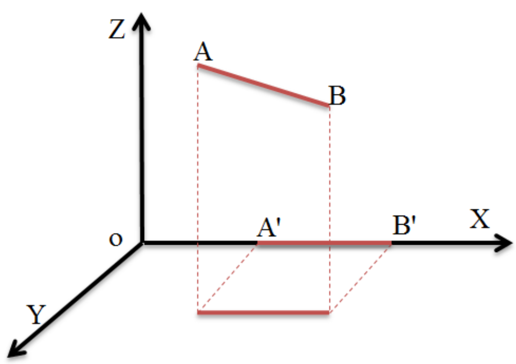
2. $\bar{a}(0,3,1)$; $\bar{b}(-4,2,3)$ skalyar ko'paytma $(\bar{a}\bar{b}) = 3\cdot2 + 1\cdot3 = 9$ bo'ladi.

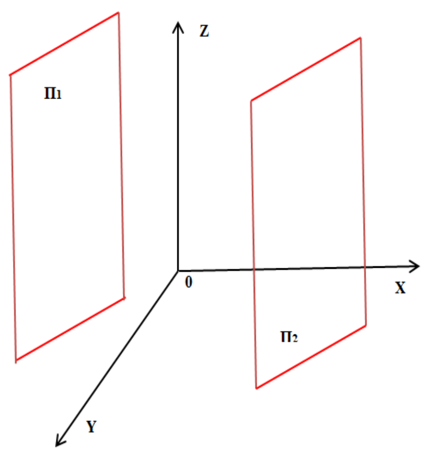
Galiley fazosida ikki nuqta orasidagi masofa $d_1 = |x_2 - x_1|$, agar bu masofa nolga teng bo'lsa, u holda $d_2 = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$ bo'ladi. Demak Galiley fazosida ikki nuqta orasidagi masofa Ox o'qdagi proekцiya orqali topiladi (2.1.1-rasm).

2-Misol

1. $\bar{a}(1,3,7)$; $|\bar{a}| = 1$ bo'ladi.

2. $\bar{a}(0,3,4)$; $|\bar{a}| = 5$ bo'ladi.





2.1.1-rasm. 2.1.2-rasm.

Berilgan nuqtadan teng uzoqlikda joylashgan nuqtalarning geometrik o'rni sfera deyiladi. Galiley tekisligida aylana parallel to'g'ri chiziqlar bo'lsa, sfera esa parallel tekisliklardan iborat bo'ladi (2.1.2-rasm).:

$$|OA| = r$$
$$|OA|^2 = r^2$$
$$(x - x_0)^2 = r^2$$
$$x^2 = r^2 \qquad x = \pm r$$

Aytaylik ushbu $\vec{e}_1(1,0,0)$, $\vec{e}_2(0,1,0)$ va $\vec{e}_3(0,0,1)$ vektorlar R_3^1 galiley fazosining ortonormallangan bazislari bo'lsin. U holda Galiley fazosida harakat

$$\begin{cases} x' = x + a \\ y' = ax + y\cos\varphi + z\sin\varphi + b \\ z' = bx - y\sin\varphi + z\cos\varphi + c \end{cases}$$

ko'rinishda bo'ladi.

Bu harakat tekislikning $\vec{e}_2, \vec{e}_3$ parallel vektorlarini parallel tekislikka o'tkazadi va bu tekisliklar Yevklid fazosidagi tekisliklar bo'ladi [2].

Galiley fazosida ikki vektor orasidagi burchak. Bizga ikki $\vec{X}\{x_1, y_1, z_1\}$, $\vec{Y}\{x_2, y_2, z_2\}$ vektorlar berilgan bo'lsin. Galiley tekisligidagi ikki vektor orasidagi burchakni aniqlagandek topiladi.

1-hol: $x_1 x_2 \neq 0$ bo'lsin, uholda $\vec{X}\{1, \frac{y_1}{x_1}, \frac{z_1}{x_1}\}$, $\vec{Y}\{1, \frac{y_2}{x_2}, \frac{z_2}{x_2}\}$ vektorlarni hosil qilamiz, ular orasidagi burchak

$$h = \sqrt{\left(\frac{y_2}{x_2} - \frac{y_1}{x_1}\right)^2 - \left(\frac{z_2}{x_2} - \frac{z_1}{x_1}\right)^2}$$

ko'rinishda bo'ladi.

2-hol: Ikki vektordan birining birinchi koordinatasi nol bo'lsin, masalan $\vec{X}\{x_1, y_1, z_1\}$ va $\vec{Y}\{0, y_2, z_2\}$ bo'lsin. Bu vektorlar mahsus vektorlar bo'lib ular orasidagi burchak

$$\varphi = \frac{(\vec{X}\,\vec{Y})}{|\vec{Y}|_2} = \frac{\frac{y_1}{x_1} y_2 + \frac{z_1}{x_1} z_2}{\sqrt{y_2^2 + z_2^2}}$$

ko'rinishni oladi. Bu yerda φ - burchak maxsus tekislikda $\vec{Y}$ vektor yo'nalishida olingan $\vec{X}$ vektor proyeksiyasi uzunligiga teng. Proyeksiyalash $\vec{e}_1$ vektor yo'nalishida amalga oshiriladi.

3-hol: $\vec{X}$ vektor $\vec{e}_1$ vektorga parallel bo'lsa, $\varphi = 0$ bo'lib,maxsus vektorlar orasidagi burchak Yevklid fazosidagi vektorlar orasidagi burchakni aniqlanishiga ko'ra topiladi:

$$\cos\phi = \frac{y_1 y_2 + z_1 z_2}{\sqrt{{y_1}^2 + {z_1}^2}\sqrt{{y_2}^2 + {z_2}^2}} = \frac{(\vec{X}\,\vec{Y})_2}{|\vec{X}|_2 |\vec{Y}|_2}$$

3-misol. Quyidagi har bir hol uchun R_3^1-Galiley fazosida ikki vektor orasidagi burchakni toping

1. $\vec{X}\{-1, 2, 5\}$ va $\vec{Y}\{2, 3, 1\}$

1-holga ko'ra $x_1 x_2 = -2$ bo'lib, $\vec{X}\{1, -2, -5\}, \vec{Y}\{1, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}\}$ vektorlarni hosil qilamiz, ular orasidagi burchak $\eta = \sqrt{(-5 - \frac{1}{2})^2 - (-2 - \frac{3}{2})^2} = 3\sqrt{2}$,

2. $\vec{X}\{0, 4, 1\}$ va $\vec{Y}\{1, 3, 5\}$

2-holga ko'ra ikki $\vec{X}\{0, 4, 1\}$ va $\vec{Y}\{1, 3, 5\}$ vektordan birining birinchi koordinatasi nol, demak bu vektorlar orasidagi burchak $\varphi = \frac{(\vec{Y}\,\vec{X})}{|\vec{X}|_2} = \frac{3 \cdot 4 + 5 \cdot 1}{\sqrt{4^2 + 1^2}} = \sqrt{17}$

3. $\vec{X}\{0,1,2\}$ va $\vec{Y}\{0,-1,2\}$

3-holga ko'ra $\cos\varphi = \dfrac{1\cdot(-1)+2\cdot 2}{\sqrt{1^2+2^2}\sqrt{(-1)^2+2^2}} = \dfrac{3}{5}$

Aytaylik ikkita tekislik umumiy holda ushbu

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z = D_1 \\ A_2x + B_2y + C_2z = D_2 \end{cases}$$

tenglama bilan berilgan bo'lsin. Umumiy holda tekisliklar Galiley tekisliklari bo'ladi. Bu tekisliklar maxsus R_2 tekislik bilan ikkita to'g'ri chiziq bo'yicha kesishadi. Ular orasidagi burchak formula orqali topiladi:

$$\cos\varphi = \frac{B_1B_2 + C_1C_2}{\sqrt{B_1^2 + C_1^2}\sqrt{B_2^2 + C_2^2}}$$

Agar $\varphi = 0$ bo'lsa u holda burchak quyidagiga teng:

$$h = \frac{1}{\sqrt{B_1^2 + C_1^2}}\,|D_2 - D_1|$$

2.2.§. Galiley fazosida sirtlar nazariyasi

Sirt deb uch o'lchovli fazodagi shunday nuqtalar to'plamiga aytiladiki, u

$$F(x,y,z) = 0 \qquad (2.2.1)$$

shakldagi tenglama bilan beriladi. Oddiy nuqta atrofida (2.2.1) tenglamani

$$z = f(x,y)$$

shalkga keltirish mumkin. Galiley fazosida sirtning vektor ko'rinishdagi tenglamasi esa

$$\bar{r} = \bar{r}(u,v) = u\vec{i} + y(u,v)\vec{j} + z(u,v)\vec{k} \qquad (2.2.2)$$

ko'rinishida bo'ladi. Ya'ni Oyz tekislik maxsus tekislik deyilib sirtni maxsus tekislik bilan kesganda $u = const$ ta chiziq hosil bo'ladi. $v = const$ chiziq esa ixtiyoriy $u = const$ chiziq bilan tor tashkil qiluvchi chiziq. Oyz tekislik metrikasi Yevklid tekisligi metrikasi bo'ladi.

Aytaylik F sirtda $v = v(u)$ tenglamali egri chiziq berilgan bo'lsin. Sirtda egri chiziq uzunligini tekshiramiz. $A(u_0)$ va $B(u_1)$ nuqtalar oxirlari bilan egri chiziq kesmasining yoy uzunligini hisoblab,

$$ds = |\vec{r}_u\, du + \vec{r}_v\, dv|$$

yoy uzunligi differensialini hosil qilamiz, bu yerda $u_1 \neq u_0$. Demak, sirtda egri chiziq yoy differensialning kvadrati

$$u : ds^2 = du^2$$

koordinatalar orttirmasi kvadratiga teng. Hosil qilingan formani sirtning 1-kvadratik formasi deb ataymiz. Agar $du = 0$ bo'lsa $u = const$ bo'ladi. Bu holatda egri chiziq maxsus sirtda yotadi. Egri chiziqli yoy uzunligining differensiali ushbu

$$ds_2^2 = (y_v^2 + z_v^2)dv^2 = G(u,v)dv^2$$

formula bo'yicha hisoblanadi, bu yerda ds_2^2 - sirtning birinchi qo'shimcha kvadratik formasi. Demak, egri chiziqli koordinata koeffisentlari tanlansa, 1-kvadratik forma ushbu

$$E_1 = 1\ ,\ \ G = y_v^2 + z_v^2$$

ko'rinishga ega bo'larkan. Aytaylik, sirtda $M(u_0, v_0)$ nuqtadan umumiy holda ikkita egri chiziq chiqsin. Radius-vektor differensiallarini mos ravishda $d\vec{r}$ va $d\vec{r}$ orqali belgilaymiz. Egri chiziqlar orasidagi θ burchakni $d\vec{r}$ va $d\vec{r}$ vektorlar orasidagi burchak orqali aniqlaymiz. Demak

$$q = \sqrt{G(u,v)}\left(\frac{dv}{du} - \frac{dv}{du}\right)$$

Yevklid holatiga o'xshash qilib, sirt yuzasi tushunchasini kiritish mumkin. Aytaylik F - silliq sirt, D - undagi soha bo'lsin. Sirt yuzasi ushbu

$$S = \iint_D \sqrt{G(u,v)}dudv$$

formulaga ko'ra aniqlanadi.

Aytaylik R_3^1 Galiley fazosida F - regulyar sirt (2.2.2) vektor funksiya shaklida berilgan bo'lsin. Tekislikka urinma normalni r_v vektorga ortogonal bo'lgan maxsus tekislik vektori deb ataymiz. U holda birlik normal vektor ushbu

$$\vec{n} = \pm \frac{z_v \vec{e}_2 - y_v \vec{e}_3}{\sqrt{y_v^2 + z_v^2}} = \pm \frac{z_v \vec{e}_2 - y_v \vec{e}_3}{\sqrt{G(u,v)}}$$

formulaga ko'ra aniqlanadi. Ushbu ifoda

$$II = (d^2 \vec{r}\, \vec{n}) = Ldu^2 + 2Mdudv + Ndv^2$$

Sirtning ikkinchi kvadratik formasi deyiladi. Bu yerda

$$L = (\vec{r}_{uu} \vec{n}) = \frac{y_{uu}z_v - z_{uu}y_v}{\sqrt{G(u,v)}},\ M = (\vec{r}_{uv} \vec{n}) = \frac{y_{uv}z_v - z_{uv}y_v}{\sqrt{G(u,v)}},\ N = (\vec{r}_{vv} \vec{n}) = \frac{y_{vv}z_v - z_{vv}y_v}{\sqrt{G(u,v)}}$$

Sirtning ikkinchi kvadratik formasi yarim qiymati- urinma tekislikdan sirt nuqtalari chetlashishining bosh qismini ifodalaydi. Sirt nuqtalaridan urinma tekislikkacha bo'lgan masofa maxsus tekislik bo'yicha o'lchanadi.

Aytaylik g -sirtda M nuqta orqali o'tuvchi va bu nuqtada $(dv : du)$ yo'nalishga ega bo'lgan egri chiziq bo'lsin. $v = v(u)$ tabiiy parametr. $\frac{d^2 \vec{r}}{du^2}$ vektor – egri chiziq bosh normali bo'yicha yo'nalgan hamda qiymati uni egriligiga teng. Bundan tashqari, u maxsus tekislikka parallel . U holda

$$k_0 = k\cos q = \frac{Ldu^2 + 2Mdudv + Ndv^2}{ds^2} = \frac{II}{I} \qquad (2.2.3)$$

Bu yerda k - egri chiziq egriligi va q - maxsus tekislikda sirt normal va egri chiziq bosh normalidan tuzilgan burchak $k_0 = k\cos q$ munosabat Menye teoremasi anologining o'zida tasvirlanadi, bu yerda k_0 - $(dv:du)$ ma'lum yo'nalishdagi sirtda normal egri chiziq egriligi.

Aytaylik M - F sirtdagi nuqta p - M nuqtaga o'tkazilgan urinma tekisligi bo'lsin. Shuningdek urinma tekislik umumiy holda R_3^1 fazo tekisligi bo'lsa, u holda u galiley fazosi bo'ladi.

p urinma tekislikda ushbu:

$$Lh^2 + 2Mhx + Nx^2 = \pm 1 \qquad (2.2.3)$$

tenglama bilan berilgan egri chiziqni qaraymiz, bu holda (h,x) koordinata boshi M nuqtada bo'lgan p dagi nuqta koordinatalari (2.2.3) ko'rinishdagi egri chiziqni sirt indikatritsasi deb ataymiz.

Urinma tekislik koordinatalarida

$$\begin{aligned} h\breve{y} &= h \\ x\breve{y} &= x + \frac{M}{N}h \end{aligned}$$

almashtirishlar bajarib, (2.2.3) tenglamani ushbu $a_{11}h^2 + a_{22}x^2 = \pm 1$ ko'rinishga keltirish mumkin. Bu yerda $a_{22} = N$, $a_{11} = L - \frac{M^2}{N}$. M nuqtada normal kesim egriligi uchun

$$k_n = \frac{a_{11}du^2 + a_{22}dv^2}{du^2}$$

ni o'rinli. Bundan ko'rinadiki, a_{11} va $\frac{a_{22}}{G(u,v)}$ bosh yo'nalish egriligi ya'ni bosh egriliklar.

$\sqrt{G(u,v)}\dfrac{dv}{du} = h$ deb hisoblasak, $(dv:du)$ yo'nalish orasidagi burchak parabolik bo'ladi va bosh yo'nalishdan Eyler formulasi analogi hosil qilamiz.

$$k_n = a_{11} + \frac{a_{22}}{G(u,v)} h^2$$

$$2H = a_{22} \quad \text{va} \quad K = \frac{a_{11}a_{22}}{G(u,v)}$$

Miqdorlar mos ravishda o'rta va to'la sirt egriligi deyiladi. $N = 0$ da o'rta egrilik $H = 0$ va Gauss egriligi $K = -M^2 < 0$ manfiy bo'ladi.

Bu holatda tekisliklarni

$$\begin{aligned} h' &= h \\ x' &= x + \frac{L}{2M} h \end{aligned}$$

ga almashtirib indikatrisa tenglamasini $2Mhx = \pm 1$ ko'rinishga keltirish mumkin.

Sirt nuqtalari klassifikatsiyasi uchun Galiley tekisligida ikkinchi tartibli egri chiziqlar klassifikatsiyadan foydalanamiz.

1) $K = \dfrac{a_{11}a_{22}}{G(u,v)} > 0$ indikatrissa ellips, sirt nuqtasi-elliptik.

2) $K = \dfrac{a_{11}a_{22}}{G(u,v)} < 0$ - indikatrisasi birinchi yoki ikkinchi turdagi giperbola, sirt nuqtasi-giperbolik

3) $K = 0,\ a_{22} \neq 0,\ a_{11} = 0$ indikatrisasi umumiy holda parallel to'gri chiziqlar juftigi, sirt nuqtasi- giperbolik

4) $a_{22} = 0, K = -M^2 < 0$ indikatrisasi- maxsus giperbola, ya'ni asimtotalaridan biri maxsus to'g'ri chiziq bilan ustma ust tushadi. Sirt nuqtasi- siklik.

5) $a_{22} = 0, K = 0$ indikatrisasi ikkita parallel maxsus to'g'ri chiziq. Sirt nuqtasi-yassilanuvchi nuqta.

Endi Yevklid fazoda (2.2.2) tenglama bilan berilgan sirtni Galiley fazosidagi sirt bilan solishtiramiz. Bu yerda biz birinchi va ikkinchi kvadratik formalarini va ularning koeffisentlarini, to’la egriliklarining formulalarini keltiramiz.(2.2.1-jadval)

<table>
<tr><td>Yevklid fazosi</td><td>Galiley fazosi</td></tr>
<tr><td colspan="2">Sirt $\bar{r} = \bar{r}(u,v) = u\vec{i} + y(u,v)\vec{j} + z(u,v)\vec{k}$ tenglama bilan berilganda;</td></tr>
<tr><td colspan="2">Hususiy hosilalari
$r_u = i + y_u j + z_u k\,, \qquad r_v = y_v j + z_v k$
$r_{uu} = y_{uu} j + z_{uu} k\,, \quad r_{uv} = y_{uv} j + z_{uv} k\,, \quad r_{vv} = y_{vv} j + z_{vv} k$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Birinchi kvadratik forma koeffisentlari</td></tr>
<tr><td>$E = 1 + y_u^{\,2} + z_u^{\,2}\,,$
$F = y_u y_v + z_u z_v\,,$
$G = y_v^{\,2} + z_v^{\,2}$</td><td>$E_1 = 1\,,$
$F = y_u y_v + z_u z_v\,,$
$G = y_v^{\,2} + z_v^{\,2}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Birinchi kvadatik forma</td></tr>
<tr><td>$ds^2 = I = Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2$</td><td>$ds^2 = I_1 = du^2$ agar $I_1 = 0$ bo’lsa
$ds^2 = I_2 = G(v)dv^2$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Birlik normal vektor</td></tr>
<tr><td>$\vec{n} = \dfrac{\begin{vmatrix} y_u & z_u \\ y_v & z_v \end{vmatrix}\vec{e}_1 - z_v e_2 + y_v \vec{e}_3}{\sqrt{y_v^{\,2} + z_v^{\,2}}}$</td><td>$\vec{n} = \pm \dfrac{z_v \vec{e}_2 - y_v \vec{e}_3}{\sqrt{y_v^{\,2} + z_v^{\,2}}}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">ikkinchi kvadratik forma ikkala fazoda ham bir hil bo’lib faqat koeffisentlari bilan farqlanadi.
$II = Ldu^2 + 2Mdudv + Ndv^2$</td></tr>
<tr><td>$L = (\vec{r}_{uu}\vec{n}) = \dfrac{-y_{uu}z_v + z_{uu}y_v}{\sqrt{G(u,v)}},$
$M = (\vec{r}_{uv}\vec{n}) = \dfrac{-y_{uv}z_v + z_{uv}y_v}{\sqrt{G(u,v)}},$
$N = (\vec{r}_{vv}\vec{n}) = \dfrac{-y_{vv}z_v + z_{vv}y_v}{\sqrt{G(u,v)}}$</td><td>$L = (\vec{r}_{uu}\vec{n}) = \dfrac{y_{uu}z_v - z_{uu}y_v}{\sqrt{G(u,v)}},$
$M = (\vec{r}_{uv}\vec{n}) = \dfrac{y_{uv}z_v - z_{uv}y_v}{\sqrt{G(u,v)}},$
$N = (\vec{r}_{vv}\vec{n}) = \dfrac{y_{vv}z_v - z_{vv}y_v}{\sqrt{G(u,v)}}$</td></tr>
</table>

To'la egrilik.	
1) $K = \dfrac{LN - M^2}{EG - F^2}$ 2) $K = -\frac{1}{2\sqrt{EG-F^2}}\left\{\frac{\partial}{\partial y}\frac{E_v-F_u}{\sqrt{EG-F^2}} - \frac{\partial}{\partial x}\frac{F_v-G_u}{\sqrt{EG-F^2}}\right\}$	1) $K = \dfrac{LN - M^2}{G(u,v)}$ 2) $K = \frac{1}{\sqrt{G}}\left(\frac{F_u-\frac{1}{2}E_v}{\sqrt{G}}\right)_v - \frac{1}{\sqrt{G}}\frac{\partial^2\sqrt{G}}{du^2}$
O'rta egrilik	
$2H = \dfrac{LG - 2FM + EN}{EG - F^2}$	$2H = N$

2.2.1-jadval

Bu formulalar orqali berilgan sirt tenglamalarining kvadratik formalari to'la egriliklarini hisoblash mumkin.

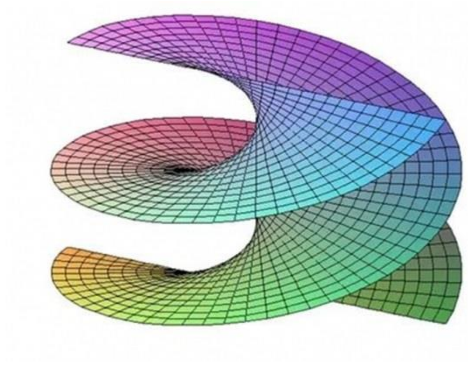
Bu sirtlardan ba'zilariga misollar keltiramiz. (2.2.2-a,b jadvallar)

To'g'ri gelekoid $\bar{r} = \bar{r}(u,v) = ui + v\cos uj + v\sin uk$

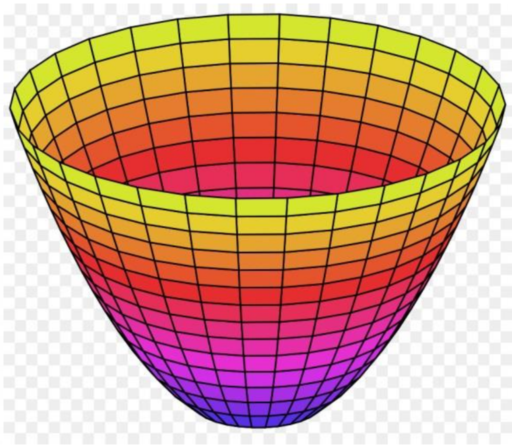
Yevklid fazosi	Galiley fazosi
Hususiy hosilalari	
$r_u = i - v\sin uj + v\cos uk$, $\quad r_v = \cos uj + \sin uk$ $r_{uu} = -v\cos uj - v\sin uk$, $\quad r_{uv} = -\sin uj + \cos uk$, $\quad r_{vv} = 0$	
Birinchi kvadratik forma va uning koeffisentlari	
$ds^2 = (1+v^2)du^2 + dv^2$ $E = 1+v^2, \quad F = 0, \quad G = 1$	$ds^2{}_1 = du^2$ agar $I_1 = 0$ bo'lsa $ds^2{}_2 = dv^2$ $E = 1, \quad F = 0, \quad G = 1$
Birlik normal vektor	
$\vec{n} = -vi - \sin uj + \cos uk$	$\vec{n} = \sin uj - \cos uk$
ikkinchi kvadratik forma va uning koeffisentlari	
$II = 2dudv \quad L = 0, \ M = 1, \ N = 0$	$II = -2dudv \quad L = 0, \ M = -1, \ N = 0$
To'la egrilik.	
$K = -\dfrac{1}{1+v^2}$	$K = -1$ $H = 0$

$H=0$	

2.2.1-a jadval



2.2.1-rasm



2.2.2-rasm

Elliptik paroboloid $\bar{r}=\bar{r}(u,v)=ui+vj+\frac{1}{2}(au^2+v^2)k$

Yevklid fazosi	Galiley fazosi
Hususiy hosilalari $r_u=i+auk,\quad r_v=j+vk$ $r_{uu}=ak,\quad r_{uv}=0,\quad r_{vv}=k$	
Birinchi kvadratik forma va uning koeffisentlari	
$ds^2=(1+a^2u^2)du^2+2auvdudv+(1+v^2)dv^2$ $E=1+a^2u^2,\quad F=auv,\quad G=1+v^2$	$ds^2{}_1=du^2$ agar $ds_1=0$ bo'lsa $ds^2{}_2=(1+v^2)dv^2$ $E=1,\quad F=0\quad G=1+v^2$
Birlik normal vektor	
$\vec{n}=\frac{1}{\sqrt{1+a^2v^2+v^2}}(-aui-vj+k)$	$\vec{n}=\frac{1}{\sqrt{1+v^2}}(vj-k)$
ikkinchi kvadratik forma va uning koeffisentlari	
$II=\frac{a}{\sqrt{1+a^2v^2+v^2}}du^2+\frac{1}{\sqrt{1+a^2v^2+v^2}}dv^2$	$II=\frac{-a}{\sqrt{1+v^2}}du^2+\frac{-1}{\sqrt{1+v^2}}dv^2$

$L=\dfrac{a}{\sqrt{1+a^2v^2+v^2}},\quad M=0,\quad N=\dfrac{1}{\sqrt{1+a^2v^2+v^2}}$	$L=\dfrac{-a}{\sqrt{1+v^2}},\quad M=0,\quad N=\dfrac{-1}{\sqrt{1+v^2}}$
To’la egrilik.	
$K=\dfrac{a}{(1+a^2v^2+v^2)^2}$ $H=\dfrac{(1+v^2)(a-1)}{(1+a^2v^2+v^2)^2}$	$K=\dfrac{a}{(1+v^2)^2}$ $H=\dfrac{-1}{\sqrt{1+v^2}}$

2.2.2-b jadval

Frene formulasi anologi hisoblanuvchi hosilaviy sirt formulasini kiritamiz. (1.3.2) formulada berilgan regulyar sirt har bir nuqtada bog’lik bo’lmagan uchta chiziqli $\vec{r}_u, \vec{r}_v, \vec{n}$ vektorga ega, shuning bilan birga $\vec{r}_u$ vektor – fazoviy, $\vec{r}_v$ va $\vec{n}$ - parallel maxsus tekisliklar yotadi. $\vec{r}_{uu}, \vec{r}_{uv}, \vec{r}_{vv}$ vektorlarni $\vec{n}_u, \vec{n}_v$ larni ham $\vec{r}_u, \vec{r}_v, \vec{n}$ bazis vektorlar bo’yicha bo’laklash mumkin. Maxsus tekislikni bunday vektorlari parallelegi hisobga olib, hosilaviy formula anologini hosil qilamiz:

$$\vec{r}_{uu}=\Gamma_{11}^2\vec{r}_v+L\vec{r} \qquad \vec{n}_u=-\frac{M}{G}\vec{r}_v$$
$$\vec{r}_{uv}=\Gamma_{21}^2\vec{r}_v+M\vec{n} \qquad \vec{n}_v=-\frac{N}{G}\vec{r}_v$$
$$\vec{r}_{vv}=\Gamma_{22}^2\vec{r}_v+N\vec{n}$$

Γ_{ij}^2 miqdorlarni Kristoffel koeffisentlari anologi-quyidagi ko’rinishga ega

$$\Gamma_{11}^2=\frac{F_u-\frac{1}{2}E_v}{G},\quad \Gamma_{12}^2=\frac{G_u}{2G},\qquad \Gamma_{22}^2=\frac{G_v}{2G}$$

bu yerda $F=y_uy_v+z_uz_v$, $E=y_u^2+z_u^2$ hosilaviy formularni integrallash sharti

Peterson-Kadattsi tenglamasi anologi hisoblanadi.

$$L_v-M_u=\Gamma_{12}^2M-\Gamma_{11}^2N$$
$$N_u-M_v=\Gamma_{12}^2N-\Gamma_{22}^2M$$

va Gauss tenglamasi

$$K = \frac{LN - M^2}{G} = \frac{1}{\sqrt{G}}\left(\frac{F_u - \frac{1}{2}E_v}{\sqrt{G}}\right)_v - \frac{1}{\sqrt{G}}\frac{\partial^2 \sqrt{G}}{du^2} \qquad (2.2.4)$$

Bu tenglamani G, F va E miqdorlardan foydalanib quyidagicha yozish mumkin:

$$2G(L_v - M_u) = G_u M - (F_u - \frac{1}{2}E_v)N$$
$$2G(N_u - M_v) = G_u N - G_v M$$

Yevklid fazosida Gauss va Peterson-Kodattsi tenglamasi kichik hadli tenglamani o’z ichiga oladi. Bu esa Galiley fazosida maxsus metrik sirt ko’rinishi bilan bog’liq, bu tenglama soddalashtirilsa Yevklid fazosidagi sirtda yarim geodezik koordinatalar sistemasidagi metrikani eslatadi. Biroq mavjudligiga ko’ra qaralayotgan tenglama Yevklid fazosida murakkab. Bu boshqa ma’noda Gauss tenglamasi bilan bog’liq. Yevklid holatida bu tenglama qiymatlarini butunlay murakkab kombinatsiyasi orqali egrilikni ifodalaydi, lekin, faqat birinchi kvadratik forma koeffisentlarini o’z ichiga oladi, ya’ni ichki geometriya obyektlik. Yevklid fazosida yarim geodezik koordinatalar sistemasi holatda Gauss tenglamasi ushbu

$$K = -\frac{1}{\sqrt{G}}\frac{\partial^2 \sqrt{G}}{du^2}$$

ko’rinishga keltiriladi.

Galiley fazosida bu tenglamasi o’ng qismiga birinchi kvadratik forma

$$ds_1^2 = du^2,\; ds_2^2 = G(u,v)dv^2$$

orqali to’la ifodalanmaydigan ushbu

$$D = F_u - \frac{1}{2}E_v \qquad (2.2.5)$$

egrilik nuqsoni kiradi.

Demak Galiley fazosida

$$K = \frac{LN - M^2}{G}$$

Gauss egriligi- birinchi kvadratik forma koeffisentlari va ularni hosilalari orqali to'la ifodalanmaydi, ya'ni sirtning ichki geometrik obyekti bo'lmaydi.

II bob yuzasidan xulosa.

Ikkinch bob Galiley fazosida sirtlar nazariyasi deb nomlangan bo'lib uch o'lchovli Galiley fazosidagi geometriya o'rganilgan. Unda fazoda skalyar ko'paytma, vektor normasi, harakat va masofalar, sirtlar nazariyasi, sirtlar nazariyasidagi asosiy tushunchalar, jumladan birinchi va ikkinchi kvadratik formalar, normal vektorning, sirtning vektor ko'rinishdagi tenglamalari kiritilgan. Bundan tashqari sirtning to'la egriligi, o'rta egriligi, egrilik nuqsoni, Kristofell simvollari, derevatsion formulalar, Gaus, Peterson Kodasii tenglamalarining anolgi keltirilgan.

III BOB. GALILEY FAZOSIDA AYLANMA SIRTLAR

3.1.§.Aylanma sirtlarning geometrik xaraktristikalari

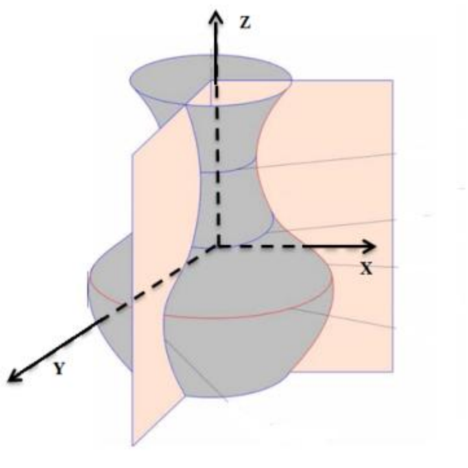
Ma’lumki, evklid fazosida istalgan profil chiziqni biror o’q atrofida aylantirishdan hosil bo’lgan sirtga aylanma sirt deyiladi [6],[20],[21] Galiley fazosida esa profil chiziqni maxsus tekislikda yotmagan to’g’ri chiziq atrofida aylantirishdan hosil bo’lg an sirtga aytiladi. Yuqorida keltirilgan fikrlardan aylanma sirt tenglamasining vektor ko’rinishidagi tenglamalarini quyidagicha ko’rsatamiz.

Evklid fazosida aylanma sirtlar: Berilgan $x = f(u), \quad z = \rho(u)$

profil chiziqni Oz o’q atrofida aylantirishdan hosil bo’lgan sirt aylanma sirt deyiladi. Bu yerda $f(u) > 0$ shart bo’lishini talab etamiz. Aks holda kesishish nuqtasi sirtning maxsus nuqtasi bo’aladi.[25],[43].

Egri chiziqli koordinatalar sifatida v burchakni va profil chiziqning u parametrini olamiz. Chiziq ustidagi har bir nuqta markazi Oz o’qda yotgan va radiusi $x = f(u)$, teng bo’lgan aylanani chizqdi. Shunda sirtning vektor ko’rinishdagi tenglamasi quyidagicha bo’ladi.(3.1.1-rasm)

$$\bar{r}(u,v) = f(u)cosv\bar{\imath} + f(u)sinv\bar{\jmath} + \rho(u)\bar{k} \qquad (3.1.1)$$

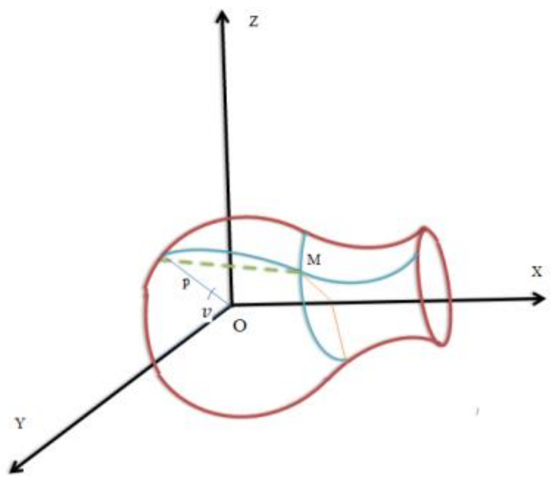


3.1.1-rasm aylanma sirtning umumiy ko’rinishi

Galiley fazosida aylanma sirtlar: Galiley fazosidagi aylanma sirt profil chiziqni o'q atrofida aylantirish orqali hosil qilganimizda yevklid fazosidagi aylanma sirtlardan farq qilmaydi, biroq galiley fazosida egri chiziqli koordinatalar sifatidagi burchak faqat maxsus tekislikda aniqlangandir. Galiley fazosidagi aylanma sirtlarning tenglamasini quyidagicha aniqlaymiz. Ya'ni $x = u$, $z = \varphi(u)$ chiziqni Ox o'qi atrofida aylantiramiz va bu yerda ham $z = \varphi(u) > 0$ shartni qo'yamiz.

Egri chiziqli koordinatalar sifatida $< ZOP = v$ burchakni va profil chiziqning u parametrini olamiz. Chiziq ustidagi har $L(u)$ nuqta markazi Ox o'qda yotgan va radiusi $z = \varphi(u)$ ga teng bo'lgan aylanma chiziq $AM = OP = \varphi(u)$. (3.1.2-rasm) Sirtning vektor tenglamasi:

$$\bar{r}(u, v) = u\bar{\imath} + \varphi(u)cosv\bar{\jmath} + \varphi(u)sinv\bar{\jmath} \quad (3.1.2)$$



3.1.2-rasm galiley fazosidagi aylanma sirt

Quyidagi sxemada aylanma sirtning umumiy tenglamasini Evklid va Galiley fazosida birinchi va ikkinchi kvadratik formalari, to'la egriliklari hisoblangani ko'rsatilgan. (3.1.1-jadval)

Aylanma sirt $\bar{r}(u, v) = u\bar{\imath} + \varphi(u)cosv\bar{\jmath} + \varphi(u)sinv\bar{\jmath}$	
Yevklid fazosi	Galiley fazosi

$r_u = \{1; \varphi'(u)cosv; \varphi'(u)sinv\}$ $\quad r_v = \{0; -\varphi(u)sinv\,; \varphi(u)cosv\}$ $r_{uu} = \{o; \varphi''(u)cosv; \varphi''(u)sinv\}$ $\quad r_{uv} = \{0; -\varphi'^{(u)}sinv\,; \varphi'(u)cosv\}$ $r_{vv} = \{0; -\varphi(u)cosv\,; -\varphi(u)sinv\}$	
Birinchi kvadratik formalari	
$ds^2 = \langle 1 + \varphi'^2(u)\rangle du^2 + \varphi(u)^2(u)dv^2$	$ds_1{}^2 = du^2$ agar $ds_1{}^2 = 0$ bo'lsa $ds_2{}^2 = \varphi^2(u)dv^2$
Ikkinchi kvadratik formalari	
$II = \frac{-\varphi''(u)}{\sqrt{1+\varphi'^2(u)}}du^2 + \frac{\varphi(u)}{\sqrt{1+\varphi'^2(u)}}dv^2$	$II = \varphi''(u)du^2 - \varphi(u)dv^2$
To'la egriliklari	
$K = -\frac{\varphi''(u)}{\left(1+\varphi'^2(u)\right)^2\varphi(u)}$	$K = -\frac{\varphi''(u)}{\varphi(u)}$

3.1.1-jadval

Tasdiq. Aylanma sirtining egrilik nuqsoni nolga teng.

Bu tasdiqni to'g'ridan-to'g'ri isbotlaymiz.

Darhiqat (2.2.5) tenglikdan foydalansak,

$$F = (\varphi(u)\cos v)_u(\varphi(u)\cos v)_v + (\varphi(u)\sin v)_u(\varphi(u)\sin v)_v =$$
$$\varphi(u)(\varphi'(u))\cos v(-\sin v) + (\varphi'(u))\varphi(u)\sin v\cos v = 0$$

$$E = (\varphi(u)\cos v)_v^2 + (\varphi(u)\sin v)_v^2 = \varphi^2(u)\left[\sin^2 v + \cos^2 v\right] = \varphi^2(u)$$

Bundan

$$D(u,v) = F_u - \frac{1}{2}E_v = -\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial v}\left(\varphi^2(u)\right) = 0$$

Demak, aylanma sirtning egrilik nuqsoni nolga teng. Bu faktdan biz quyidagi xulosani olishimiz mumkin.

Natija. Aylanma sirtining Gauss egriligi birinchi kvadrat shakl koeffitsienti bilan ifodalanadi.

Haqiqatan ham, Gauss egriligining (2.2.4) formulasida birinchi ifoda yo'qoladi va ikkinchi ifoda faqat birinchi kvadrat shakl koeffitsientiga bog'liq.

Galiley fazosida harakat sirpanish va burishdan iborat bo'lgani uchun chiziqni sirpantirish yoki Ox ni burishdan hosil bo'lgan sirtlarni qaraymiz. Ya'ni Galiley fazosida harakat quyidagi ko'rinishga ega[11]:

$$\begin{cases} x' = x + a & 0 \le h_1 < +\infty \\ y' = h_1 \cdot x + \cos\varphi \cdot y - \sin\varphi \cdot z & 0 \le h_1 < +\infty \\ z' = h_2 \cdot x + \sin\varphi \cdot y + \cos\varphi \cdot z & 0 \le \varphi \le 2\pi \end{cases} \tag{3.1.3}$$

Bu (3.1.3) almashtirish $\vec{a} = (a, b, c)$ vektorga parallel ko'chirish va

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ h_1 & \cos\varphi & \sin\varphi \\ h_2 & -\sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}$$

matritsali almashtirishdan iborat. Bu yerda $DetA = 1$ va A matritsa simmetrik va ortogonal emas. Bu almashtirishda Ozy tekisligidagi nuqtalari o'zgarmasdan, avval Oxy tekisligida absissasi $x = x_0 \ne 0$ bo'lgan barcha qolgan nuqtalari Oy o'qiga parallel $h_1 \cdot x_0$ masofaga, keyin $Ox'z$ tekisligida $x' = x_0 \ne 0$ barcha qolgan nuqtalari Oz o'qiga parallel $h_2 \cdot x_0$ masofaga sirpanishdan va Oyz tekisligida burishdan iborat.

Galiley fazosida Oxy, Oxz Galiley tekisligi, Oyz maxsus tekislik deb ataladi.

Endi (2.2.2) tenglama bilan sirt tenglamasi va (3.1.3) tenglikda h_1, h_2, φ larni o'zgaruvchi deb, berilgan profil chiziqni harakat davomida hosil qilingan sirtlarni differensial xarakteristikalarini o'rganib, egriligi o'zgarmas noldan farqli va minimal aylanma sirtlarni ko'rsatamiz.

Ta'rif-3.1.1. Galiley fazosida maxsus tekislikda yotmagan profil chiziqni (3.1.3) galiley harakatida hosil bo'lgan sirt ayalanma sirt deyiladi.

Endi berilgan profil chiziqni (2.2.2) tenglikda h_1, h_2, φ larni v o'zgaruvchi deb, harakatda hosil bo'lgan aylanma sirtlarni qaraymiz.

1. Bizga Oxy tekisligida $\gamma(u) = (u, y(u), 0)$ profil chiziq berilgan bo'lsin. Bu profil chiziqni quyidagi Galiley harakatini bajaraylik

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ z(v) & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ y(u) \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Berilgan chiziq harakatdan so'ng quyidagi aylanma sirtga o'tadi:

$$\vec{r}(u,v) = u\vec{i} + y(u)\vec{j} + z(v) \cdot u\vec{k} \qquad (3.1.4)$$

Bu Galiley fazosida aylanma sirt bo'ladi.

Endi $\gamma(u) = (u, 0, y(u))$ profil chiziqni quyidagi Galiley almashtirish bajaraylik

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ y(v) & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ 0 \\ z(u) \end{pmatrix}$$

Bu almashtirishdan so'ng quyidagi aylanma sirtga o'tadi:

$$\vec{r}(u,v) = u\vec{i} + u \cdot y(v)\vec{j} + z(u)\vec{k} \qquad (3.1.5)$$

(3.1.4) va (3.1.5) sirtlar joylashiga qarab farq qiladi. Bu sirtlarni Ox o'qi atorida burish orqali bir biriga o'tkazish mumkin. Bu sirtlarning ikkinchi kvadratik formalari

$$L = -y_{uu}(u); \; M = 0; \; N = 0;$$

Bo'lgani uchun to'la va o'rta egriligi quyidagi teng

$$K = 0; \quad 2H = 0.$$

Yuqoridagilardan quyidagi lemma kelib chiqadi:

Lemma -3.1.2. Quyidagi (3.1.4) va (3.1.5) tenglama bilan berilgan aylanma sirt:

a) Sirt nuqtalari maxsus parabolik;

b) Egriligi o’zgarmas va nolga teng;

c) Minimal sirt;

bo’ladi.

2. Bizga $\gamma(u)=(u,y(u),0)$ profil chiziq berilgan bo’lsin. Bu profil chiziqni quyidagi Galiley harakatini bajaraylik:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos v & -\sin v \\ 0 & \sin v & \cos v \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ y(u) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Bu almashtirishdan so’ng quyidagi aylanma sirtga o’tadi:

$$\vec{r}(u,v)=u\vec{i}+y(u)\cdot\cos v\vec{j}+y(u)\sin v\vec{k} \tag{3.1.6}$$

Bu (3.1.2) tenglama bilan berilgan sirtni ifodalaydi.

Ma’lumki bu sirtning o’rta va gauss egriligi

$$K=\frac{y_{uu}(u)}{y(u)};\quad 2H=y(u)$$

ko’rinishda ed. Endi egriligi o’zgarmas aylanma sirtlarni topamiz. Buning uchun to’la egriligini o’zgarmas son deb, $y(u)$ o’zgaruvchini topamiz. Bundan quyidagi teorema o’rinlidir.

Teorema 3.1.3. Quyidagi

$$y''-ky=0\,;\quad k=const \tag{3.1.7}$$

differensial tenglamani yechimidan iborat chiziqni Ox o’qi atrofida aylantrishdan hosil bo’lgan aylanma sirt egriligi o’zgarmas sirt bo’ladi.

Differensial tenglamalar nazariyasida (3.1.7) tenglamaning yechimi

$$y=c_1e^{-\sqrt{k}x}+c_2e^{\sqrt{k}x}\,;\qquad k>0 \tag{3.1.8}$$

$$y = c_1 \cos\sqrt{k}x + c_2 \sin\sqrt{k}x \quad ; \quad k < 0$$

(3.1.9)

$$y = c_1 x + c_2 \;; \; k = 0. \qquad (3.1.10)$$

bo'ladi. Agar $y(u)$ o'zgaruvchi (3.1.8) tenglama bilan berilsa, u holda (3.1.6) tenglama bilan berilgan aylanma sirtning hamma nuqtalarida egriligi musbat o'zgarmas sirt bo'ladi. Agar $y(u)$ o'zgaruvchi (3.1.9) tenglama bilan berilsa, u holda (3.1.6) tenglama bilan berilgan aylanma sirtning hamma nuqtalarida egriligi manfiy o'zgarmas sirt bo'ladi. Agar $y(u)$ o'zgaruvchi (3.1.10) tenglama bilan berilsa, u holda (3.1.6) tenglama bilan berilgan aylanma sirtning hamma nuqtalarida egriligi nolga teng o'zgarmas sirt bo'ladi.

Bizga quyidagi differensial tenglama berilgan bo'lsin:

$$y'' + ay' + by = 0 \;; \qquad a,b,c = const$$

(3.1.11)

Bu (3.1.11) tenglama koeffisentlaridan tuzilgan quyidagi chiziqni qaraylik

$$y = c_1 \cdot e^{-\sqrt{-\frac{b^2}{2a} + \frac{b^2}{2a^2} - \frac{c}{a}} \cdot x} + c_2 \cdot e^{\sqrt{-\frac{b^2}{2a} + \frac{b^2}{2a^2} - \frac{c}{a}} \cdot x}. \qquad (3.1.12)$$

Agar (3.1.11) tenglamaning xarakteristik tenglamasi xaqiqiy ildizga ega bo'lsa ega bo'lsa, (3.1.12) tenglamani Ox o'qi atrofida aylantirishdan hosil bo'lgan sirt hamma nuqtalari to'la egriligi musbat o'zgarmas sirt bo'ladi. Xuddi shunday agar (3.1.11) tenglama xarakteristik tenglamasi mavxum ildizga ega bo'lsa, u holda yuqoridagi xosil qilingan aylanma sirtning hamma nuqtalarida to'la egriligi manfiy o'zgarmas sirt bo'ladi.

Agar (3.1.11) tenglama xarakteristik tenglamasi karrali ildizga bo'lsa, ushbu

$$y = c_1 \cdot e^{-\sqrt{-\frac{b^2}{2a} + \frac{b^2}{2a^2} - \frac{c}{a}} \cdot x} + c_2 \cdot x \cdot e^{\sqrt{-\frac{b^2}{2a} + \frac{b^2}{2a^2} - \frac{c}{a}} \cdot x}$$

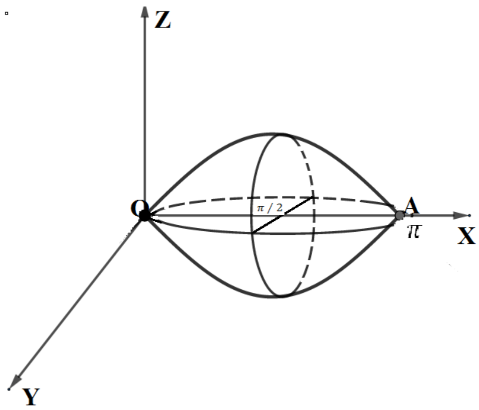
chiziqni Ox o’qi atrofida aylantirishdan hosil bo’lgan sirt hamma nuqtalari to’la egriligi nolga teng o’zgarmas sirt bo’ladi.

Muayyan yechim sifatida quyidagi misollarni keltirish mumkin:

$$\varphi(u) = ch\,u, \qquad \varphi(u) = \pi u + \lambda, \qquad \varphi(u) = \sin u$$

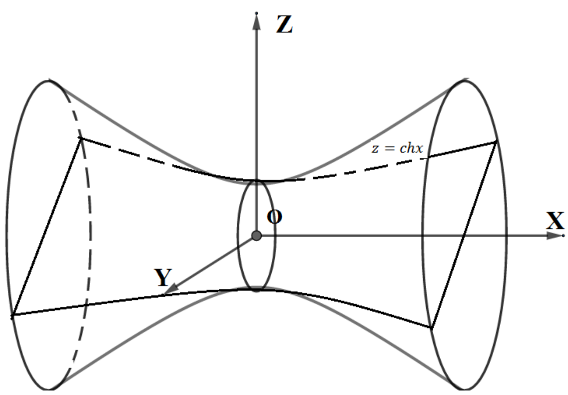
$z = \sin u, \quad 0 \le u \le \pi$ funksiyasining bir yoyini aylantirish natijasida olingan sirt Galiley fazosidagi Evklid fazosidagi sferaning analogi bo’ladi.

Bu maxsus urinma tekisliklari bo'lmagan to'liq qavariq yopiq sirtning analogidir. Sirtda ikkita konusning O va A nuqtalari mavjud - bu erda maxsus tekisliklar mos ravishda tayanch tekisliklar bo'ladi (3.1.3-rasm).



3.1.3-rasm

Agar $z = ch\,u$ tenglama bilan berilgan chiziqni Ox o’qi atrofida aylantirsak, u holda egriligi o’zgarmas aylanma egarsimon sirt hosil bo’ladi.(3.1.4-rasm)



3.1.4-rasm

3. Bizga $\gamma(u)=(u,y(u),0)$ profil chiziq berilgan bo’lsin. Bu profil chiziqni quyidagi Galiley harakatini bajaraylik:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ g(v) & 1 & 0 \\ h(v) & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ y(u) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Bu almashtirishdan so’ng quyidagi aylanma sirtga o’tadi:

$$\vec{r}(u,v)=u\vec{i}+\left(u\cdot g(v)+y(u)\right)\vec{j}+\left(h(v)\cdot u\right)\vec{k} \qquad (3.1.13)$$

Bu sirtning (3.1.13) tenglikdan ikkinchi kvadratik formasi

$$L=\frac{y_{uu}\cdot h_v}{\sqrt{g_v^2+h_v^2}};\ M=0;\ N=\frac{u\cdot g_{vv}\cdot h_v-u\cdot h_{vv}\cdot g_v}{\sqrt{g_v^2+h_v^2}};\ \vec{n}=\frac{\left(h_v;-g_v\right)}{\sqrt{g_v^2+h_v^2}},$$

va o’rta va Gauss egriligi

$$K=\frac{h_v\cdot y_{uu}\cdot(g_{vv}\cdot h_v-h_{vv}\cdot g_v)}{u\cdot(g_v^2+h_v^2)^2};\quad 2H=\frac{u\cdot g_{vv}\cdot h_v-u\cdot h_{vv}\cdot g_v}{\sqrt{g_v^2+h_v^2}}.$$

ko’rinishda bo’ladi.

Agar $g(v)=h(v)$ bo’lsa ko’rish mukinki, (3.1.13) tenglama bilan berilgan aylanma sirtning $K=0;\ 2H=0$ bo’ladi. Bundan quyidagi teorema o’rinli.

Teorema-3.1.4 Quyidagi (3.1.13) tenglama bilan berilgan aylanma sirtning $g(v)=h(v)$ teng bo’lsa, u holda bu sirt

a) Sirt nuqtalari maxsus parabolik;
b) Egriligi o’zgarmas va nolga teng;
c) Minimal sirt;

bo’ladi.

Biz (3.1.13) tenglama bilan berilgan sirt to’la egriligini qaraylik.

$$K=\frac{h_v\cdot y_{uu}\cdot(g_{vv}\cdot h_v-h_{vv}\cdot g_v)}{u\cdot(g_v^2+h_v^2)^2} \qquad (3.1.14)$$

Yuqoridagi tenglamadan $h(v), y(u), g(v)$ funksiyalarni tanlash usuli bilan (3.1.13) tenglama bilan berilgan aylanma sirtning to'la egriligi o'zgarmas (noldan farli) sirt bo'lishini ko'rsatamiz. Biz $h_v(v) = c_1,\ \frac{y_{uu}(u)}{u} = c_2$ deb tanlab olaylik, (3.1.14) tenglamaning qolgan qismi, quyidagi differensial tenglamaga ushbu ko'rinishda yozaylik:

$$\frac{g_{vv} \cdot c_1}{\left(g_v^2 + c_1^2\right)^2} = c_3 \qquad (3.1.15)$$

Ushbu $h(v), y(u)$ funksiyalarni

$$\begin{cases} h(v) = c_1 \cdot v + c_4 \\ y(u) = \dfrac{c_2 \cdot u^3}{6} + c_5 \cdot u + c_6 \end{cases} \qquad (3.1.16)$$

ko'rinishda, $g(v)$ funksiyani esa (3.1.15) differensial tenglama yechimi olsak, u holda quyidagi teorema orinli.

Teorema 3.1.5 (3.1.13) tenglama bilan berilgan aylanma sirtning $y(u), h(v)$ o'zgaruvchilari (3.1.16) tenglik bilan, $g(v)$ o'zgaruvchi esa (3.1.15) diffrensial tenglamaning yechimi bilan berilsa, u holda (3.1.13) tenglama bilan berilgan aylanma sirtning egriligi o'zgarmas sirt bo'ladi.

Bu o'z navbatida (3.1.13) tenglama bilan berilgan sirt to'la egriligi o'zgarmas musbat(manfiy) bo'lishi mumkin. Agar $L = \frac{y_{uu} \cdot h_v}{\sqrt{g_v^2 + h_v^2}}$ ikkinchi kvadratik forma koeffisentida $y(u), h(v)$ funksiyalar quyicha olsak $\begin{cases} h_v = \varphi(v) \\ y_{uu} = 0 \end{cases}$, u holda bu diffrensial tenglamalar sistemasidan $y(u), h(v)$ funksiyalar quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{cases} h(v) = \int\limits_{v_0}^{v} \varphi(v)dv + c \\ y(u) = c_1 \cdot u + c_2. \end{cases} \qquad (3.1.17)$$

Berilgan (3.1.13) tenglama bilan berilgan aylanama sirtning $y(u), h(v)$ funksiyalarni (3.1.17) tenglik ko'rinishida olsak, bu sirtn uchun quyidagilar o'rinli bo'ladi.

$$L = 0,\ M = 0,\ N \neq 0,\ K = 0,\ 2H \neq 0$$

Bundan qaralayatgan sirt nuqtalari parabolik nuqta bo'lib, lekin minimal sirt bo'lmaydi. [43] ishda parabolik va maxsus parabolik nuqtali sirtlar bir biridan farq qilishi ko'rsatilgan. Sirt nuqtalari maxsus parabolik bo'lgan sirt nuqtalari parabolik bo'lgan sirtga nisbatan eng kichik yuzaga ega bo'ladi [43].

Misol. Bizga ikkita $D\{-1 \leq x \leq 1,\ -1 \leq y \leq 1\}$ sohada aniqlangan $z = x^2$ va $z = y^2$ silindrik sirtlar berilgan bo'lsin.(3.1.4-rasm) Agar bu sirtlarni Yevklid fazosida qarasak ikkala sirt bir xil, teng sirtdir. Birinchi sirtdan ikkinchi sirtga $x' = y,\ y' = x$ almashtirish bilan o'tish mumkin. Lekin Galiley fazosida birinchi sirtdan ikkinchi sirtga Galiley almashtirishida o'tib bo'lmaydi. Ular mos ravishda Galiley fazosida sirt nuqtalari maxsus parabolik va parabolik sirtlar bo'ladi, [2]. [43].

Bu sirtlar teng emas. Bu sirtlarni $G(u,v)$ birinchi kvadratik forma koeffisentini topib, sirt ustidagi

$$S = \iint_D \sqrt{G(u,v)}dudv$$

soxa yuzalarini topsak $z = x^2$ paraboolik silindrning yuzi, $z = y^2$ parabolik silindr yuziga nisbatan minimal bo'ladi. Yani birinchi sirtning o'rta egriligi nolga teng $2H_1 = 0$, ikkinchi parabolik silindrning o'rta egriligi noldan farqli $2H_2 \neq 0$. Bu sirtlarni yuzalari sirtning yoyilamasi orqali [43] ishda hisoblangan.

Xuddi shunday $\gamma(u)=(u,0,y(u))$ profil chiziqni quyidagi Galiley harakatini bajaraylik:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ g(v) & 1 & 0 \\ h(v) & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ 0 \\ y(u) \end{pmatrix}$$

Bu almashtirishdan so'ng quyidagi aylanma sirtga o'tadi:

$$\vec{r}(u,v)=u\vec{i}+\left(u\cdot g(v)\right)\vec{j}+\left(h(v)\cdot u+y(u)\right)\vec{k}$$

Bu sirt (3.1.13) tenglama bilan berilgan sirtdan joylashishiga farq qiladi.

4. Bizga $\gamma(u)=(u,y(u),0)$ profil chiziq berilgan bo'lsin. Bu profil chiziqni quyidagi Galiley harakatini bajaraylik:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ g(v) & \cos v & -\sin v \\ h(v) & \sin v & \cos v \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ y(u) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Bu almashtirishdan so'ng quyidagi aylanma sirtga o'tadi:

$$\vec{r}(u,v)=u\vec{i}+\left(g(v)\cdot u+y(u)\cdot\cos v\right)\vec{j}+\left(h(v)\cdot u+y(u)\sin v\right)\vec{k}$$

Bu aylanma sirtni ham differensial xarakteristikalarini o'rganib, egriligi o'zgarmas sirt bo'lishini ko'rsatish mumkin.

Biz muhim hollarni qaradik. Qolgan xollarda berilgan profil chiziqni (3.1.3) harakatda u chiziq yoki tekislik bo'ladi.

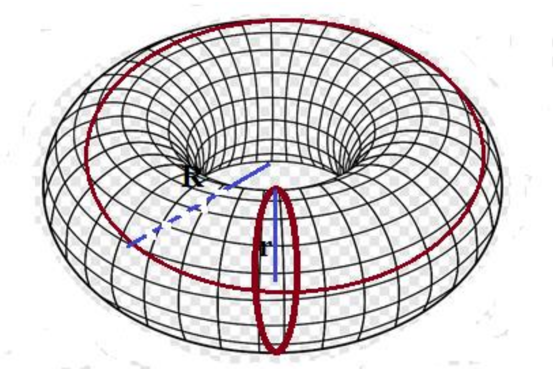
Biz faqat tekislikdagi chiziqni (3.1.3) almashtirish yordamida hosil bo'lgan aylanma sirtlarni o'rgandik. Lekin $\gamma(u)=(u,y(u),z(v))$ fazoviy profil chiziqni (3.1.3) almashtirsh yordamida yuqoridagilar kabi aylanma sirt hosil qilishimiz mumkin. Bu hosil bo'lgan sirtlar tenglamsi murakkab bo'ladi. Ammo hosil bo'lgan aylanma sirtlarni differensial harakteristikalarini o'rganib, qiziq natijalarni olish mumkin.

3.2.§.Aylanma sirtlar ustida ba'zi masalalar

Endi aylanma sirt tenglamasidan foydalanib sikldan hosil bo'lgan sirt tenglamasini keltirib chiqaramiz.

Ma'lumki evklid fazosida tor aylanani l o'q atrofida aylantirishdan hosil bo'lgan sirtga aytilar edi. [25]. Uning parametrik tenglamasi

$$\bar{r}(u,v) = (r + R\cos u)\cos v i + (r + R\cos u)\sin v j + b\sin u k$$



3.1.5-rasm.

Bu yerda R va r katta va kichchik aylananing radiuslari. Demak aylanani biror to'g'ri chiziq atrofida aylantirishdan hosil bo'lgan sirt desak galiley fazosida ham shu ta'rifni mos qo'yamiz.

1.3§ da keltirganimiz kabi aylanani, berilgan kesma bir xil burchak ostida ko'rinadigan nuqtalarning geometrik o'rni shaklida aniqlash mumkinligini hisobga olsak, Galiley tekisligida bu ta'rifni qanoatlantiradigan nuqtalarning geometrik o'rni simmetriya o'qi maxsus to'g'ri chiziq bo'lgan parabola bo'lar edi.

R_3^1 Galiley fazosida uchi maxsus o'q ya'ni Ox da yotmagan siklni shu o'q atrofida aylantirishdan hosil bo'lgan sirt tenglamasi quyidagicha bo'ladi:

$$\vec{r}(u,v) = u\vec{i} + \left(au^2 + bu + c\right)\cos v\vec{j} + \left(au^2 + bu + c\right)\sin v\vec{k} \qquad (3.2.1)$$

bu yerda $b^2 - ac \neq 0$.

Sikl uchun a koeffisent invariant kattalikdir. Ammo $b^2 - ac$ №0 shartga ko'ra sikl yo'nalishi ahamiyatsiz. $b^2 - ac < 0$ bo'lganda Ox o'qni kesib o'tmaydi. Unda $x = u, \quad z = au^2 + bu + c$ profil chiziqni Ox o'qi atrofida aylantirsak hosil bo'lgan sirt uchun to'la egrilik $K < 0$ bo'ladi. (3.2.1- rasm).

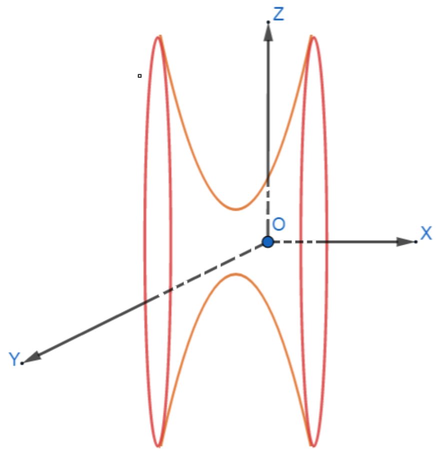
Aksincha, $b^2 - ac > 0$ bo'lsa profil chiziqni Ox o'q atrofida aylantirishdan hosil bo'lgan sirt ikkita maxsus nuqtalarga ega bo'lgan qavariq sirt bo'ladi. Sirtning xar bir nuqtasi uchun $K > 0$ shart bajariladi. (3.2.2- rasm).

Teorema-3.2.2. Sirt (2) tenglama bilan berilgan bo'lsin bu yerda
$b^2 - ac$ №0 .

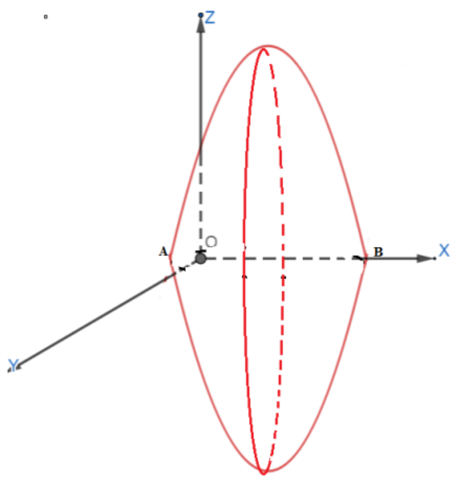
1) $b^2 - ac < 0$ bo'lsa berilgan sirt egarsimon sirtlar ;

2) $b^2 - ac > 0$ bo'lsa berilgan sirt ,maxsus nuqtalarga ega bo'lgan qavariq sirtlar oilasi;

bo'ladi.



3.2.1-rasm.



3.2.2-rasm

Shunday qilib Galiley fazosida sirt (3.2.1) tenglama bilan berilganda va ma'lum shartlar bajarilganda to'la egriligi musbat va manfiy bo'lgan ikkita sirtni aniqlar ekan.

Agar siklni Galiley fazodagi ma’no jihaqtidan aylana deb aytsak, u holda bu fazoda tor egarsimon va qavariq ko’rinishdagi sirtlarni berar ekan.

Sirtning to’la egriligi $K=-\dfrac{2a}{au^2+bu+c}$ bo’lib, sirt qavariq bo’lganda $u_1=\dfrac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, $u_2=\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ nuqtalardan boshqa hamma yerda aniqlangan.

Yuqorida berilgan ma’lumotlardan (3.2.1) tenglama bilan berilgan sirtning Evklid va Galiley fazolarida tenglamalarning biri ikkinchisidan farq qilishini ko’rish mumkin.

Galiley fazosida asimptotik chiziqlarnig geometriyasi evklid fazosidagi asimptotik chiziqlarning geometriyasi kabi o’rganamiz. Ammo juft asimptotik chiziqlar oilasi uchun galiley fazosida asimptotik chiziqlarni ikki xil sirtlarda ya’ni: egarsimon va siklik sirtlarda qaraymiz.

Ta’rif-3.2.3 Har bir nuqtasidagi urinmasi sirtning shu nuqtadagi asimptotik yo’nalishi bo’yicha yo’nalgan chiziq sirtning asimptotik chizig’i deb ataladi.

Galiley fazosida ham asimptotik yo’nalish chiziqning normal egriligi nolga teng bo’lganda kelib chiqadi.

Sirt (2.2.2) tenglama bilan berilganda (2.2.3) formulaga ko’ra ya’ni

$$k_0=k\cos q=\frac{Ldu^2+2Mdudv+Ndv^2}{ds^2}=0$$

formuladan normal kesim egriligi nolga teng bo’lganda sirtning asimtotik chiziqlarini va bu chiziqlar orasidagi burchaklarni qaraymz.

Demak

$$N\left(\frac{dv}{du}\right)^2+2M\frac{dv}{du}+L=0$$

Bundan $N \neq 0$ shartda : $\frac{dv}{du} = \frac{-M \pm \sqrt{M^2 - LN}}{N}$ yoki $\frac{dv}{du} = \frac{-M \pm \sqrt{-KG}}{N}$ (3.2.2)

bu yerda $K -$ sirtning to’la egriligi.

1)Sirtning elliptik nuqtalarida $\Delta = -KG < 0$, $K > 0$ demak sirtning bu nuqtalardan iborat sohasida asimtotik chiziqlar yo’q.

2)Sirtning giperbolik nuqtalarda $\Delta = -KG > 0$, $K < 0$ shu sababli (3.2.2) tenglamaning ikkita haqiqiy ildizi bor:

$$\frac{dv}{du} = f_1(u, v), \qquad \frac{dv}{du} = f_2(u, v) \qquad (3.2.3)$$

Bu ikkita differensial tenglama asimptotik chiziqlarning ikkita oilasini tashkil qiladi. Ular sirt ustida asimtotik to’rni hosil qiladi.

3) Sirtning siklik nuqtalarida asimptotik chiziqlar oilasidan biri har doim maxsus tekislik ustida yotgan to’g’ri chiziqlar oilasidan tashkil topgan bo’ladi. Evklid geometriyasiga ko’ra sirt ustidagi nuqtaning bosh egriliklardan biri nolga teng ekanligidan to’la egrilik nolga teng bo’lishi kerak edi. Bu esa parabolik nuqtaga mos holat. Shuning uchun galiley fazosida to’la egrilik boshqacha talqin etiladi. Siklik sirtlarda bosh egriliklardan biri nolga teng, ya’ni $a_{22} = N = 0$ va $M \neq 0$ bo’lsa $K = -M^2 < 0$ bo’lib asimptota chiziqlari esa:

$$\begin{cases} du = 0 \\ Ldu + 2Mdv = 0 \end{cases} \text{ yoki } \begin{cases} u = const \\ v = -\int \frac{L}{2M} du + C \end{cases}$$

ko'rinishida topiladi.

4) Parabolik nuqtalarda $\Delta = -KG = 0$, $K = 0$. Demak (3.2.3) tenglama karrali bitta ildizi bor. $\frac{dv}{du} = f(u, v)$. Bu holda asimtotik urinmalar ustma-ust tushadi.Bu tenglama bitta asimptotik chiziqlar oilasini aniqlaydi.

Endi aylanma sirt ustida asimptotik chiziqlarni qaraymiz.

$$r = r(u,v) = u\bar{\imath} + \varphi(u)cosv\bar{\jmath} + \varphi(u)sinv\bar{k} \qquad (3.2.4)$$

tenglama bilan berilgan bo'lsa, bu sirtning asimtotik chiziqlarini (3.2.2) tenglamagadan foydalanib topamiz. Demak bu yerda

$$L = \varphi"(u), \qquad M = 0, \qquad N = -\varphi(u)$$

Bu holda asimptotik chiziq tenglamasi $\varphi"(u)du^2 - \varphi(u)dv^2 = 0$ (3.2.5) yoki

yoki $\frac{dv}{du} = \pm\sqrt{\frac{\varphi"(u)}{\varphi(u)}}$, $v = \pm\int\sqrt{-K}du + C$, chunki (3.2.4) tenglama uchun har doim $K = -\frac{\varphi"(u)}{\varphi(u)}$ bundan ko'rinib turibdiki $\frac{\varphi"(u)}{\varphi(u)} \geq 0$ da asimtotik chiziqlar mavjud ekan.

(3.2.4) tenglama bilan berilgan sirtlarning har bir nuqtasi giperbolik nuqta bo'lsa , u holda bu nuqtalardan o'tgan asimptotik chiziqlar orasidagi burchakni quyidagicha aniqlaymiz:

$\frac{dv}{du} = \pm\sqrt{\frac{\varphi"(u)}{\varphi(u)}}$ uchun $h = \sqrt{G}\left|\left(\frac{dv}{du}\right)_1 - \left(\frac{dv}{du}\right)_2\right|$, bu yerda h asimptota chiziqlari orasidagi burchak,koeefisent $G = \varphi^2(u)$ bo'lib, $h = \varphi(u)\sqrt{-K}$ bundan

$$h = 2\sqrt{\varphi(u)\varphi"(u)}$$

tenglik o'rinlidir. Agar K o'zgarmas bo'lsa $h = C\varphi(u)$

$K = -\frac{\varphi"(u)}{\varphi(u)} = -C^2$ desak $\varphi"(u)du^2 - \varphi(u)dv^2 = 0$ dan

$\varphi"(u) = C^2\varphi(u)$ o'rinli bo'lib asimptotik chiziqlar

$$v = \pm Cu + C_1 \qquad (3.2.6)$$

ko'rinishida bo'ladi.

Lemma-3.2.4. Egriligi o'zgarmas egarsimon aylanma sirtning 2 ta oilaga tegishli bo'lgan asimtotik chziqlari yagona nuqtada kesishadi.

Isbot: Isboti (3.2.6) tenglikdan kelib chiqadi.

Yuqorida aytilgan sikldan hosil bo'lgan aylanma sirt tenglamalari ikki fazoda ham ya'ni Yevklid va Galiley fazolarida ham o'zgarmaydi. Chunki normal kesim egriligi nolga tengligidan foydalansak

$$II_Y = \frac{-\varphi''(u)}{\sqrt{1+\varphi'^2(u)}}du^2 + \frac{\varphi(u)}{\sqrt{1+\varphi'^2(u)}}dv^2 \quad \text{va} \quad II_G = \varphi''(u)du^2 - \varphi(u)dv^2$$

har ikki tenglamada ham o'ng tomondagi ifodalar nolga teng bo'ladi. Bundan

$$\varphi''(u)du^2 - \varphi(u)dv^2 = 0$$

tenglamaning yechimi asimptotik chiziqlar bo'lishini ko'rish mumkin.

III bob yuzasidan xulosa.

Uchinchi bob Galiley fazosidagi aylanma sirtlar deb nomlangan bo'lib unda aylanma sirtlarning geometrik xaraktristikalari o'rganilgan. Galiley fazosidagi aylanma sirtlarni profil chiziqni Ox o'qi atrofida aylantirishdan hosil bo'lishi va galiley harakati orqali ham Galiley fazosidagi (Galiley ma'nosida) aylanma sirtlar o'rganilgan. Aylanma sirtlarning birinchi va ikkinchi kvadratik formalari, aylanma sirtlar uchun egrilik nuqsoni, qavariq aylanama sirtlar egarsimon aylanma sirtlar, bundan tashqari sikldan hosil bo'lgan aylanma sirtlar o'rganilgan. Aylanma sirtlarning asimptotik chiziqlari keltirilgan.

XULOSA

Ushbu dissertatsiya Galiley fazosida aylanma sirtlarning differensial harakteristikalarini o'rganishga bag'ishlangan. Magistrlik dissertatsiyasi kirish, uch bob, yettita paragraf, xulosa va adabiyotlar ro'yxatidan iborat.

Birinchi bob yordamchi bob hisoblanib, Galiley fazosini o'rganishga bag'ishlangan bo'lib, avvalo affin fazosi keltirildi va affin fazosining strukturaviy geometriyalaridan muximi bo'lgan yarimyevklid fazosi, Galiley tekisligi va fazosi o'rganilgan. Bunda avvalo zamonaviy geometriya va affin fazo deb nomlanib unda zamonaviy geometriyaning ta'rifi, masofa va harakat, izometriya haqidagi tushunchalar yoritilgan. Bundan tashqari affin fazo haqida tushunchalar berilib, affin fazoning koordinatalar sistemasi kiritilgan, so'ngra affin fazoda skalayar ko'paytmani kiritish orqali Galiley tekisligidagi geometriya kiritildi, unda ikki nuqta orasidagi masofa, vektorning normasi, burchak tushunchalari va geometrik shakllarning geometrik xarakterlari o'rganildi.

Ikkinchi bob Ikkinchi paragrafda esa asimptotik chiziqlar, egriligi o'zgarmas sirtlar va ularning differensial xaraktristikalari keltirilib o'tildi. Galiley fazosida Yevklid fazosidagi aylananing anoligi ko'rsatildi.

Bunda fazoda skalyar ko'paytma, vektor normasi, harakat va masofalar, sirtlar nazariyasi, sirtlar nazariyasidagi asosiy tushunchalar, jumladan birinchi va ikkinchi kvadratik formalar, normal vektorning, sirtning vektor ko'rinishdagi tenglamalari kiritilgan. Bundan tashqari sirtning to'la egriligi, o'rta egriligi, egrilik nuqsoni, Kristofell simvollari, derevatsion formulalar, Gaus, Peterson Kodasii tenglamalarining anolgi keltirilgan.

Uchinchi bob dissertatsiyaning asosiy natijalari keltirilgan bo'lib Galiley fazosida aylanma sirtlarga bag'ishlangan. Unda Galiley fazosida sirtlarning ichki geometriyasi va aylanma sirtlarning geometrik xarakteristikalari o'rganilgan. Bu bobning birinchi paragrafida Aylanma sirtlarning geometrik xaraktristikalari va unga bog'liq masalalar, birnchi va ikkinchi kvadratik formalari, to'la egriligi, Galiley fazosidagi harakatga doir masalalar, jumladan Galiley fazosida harakat orqali hosil bo'lgan aylanma sirtlar keltirildi. Galiley fazosidagi aylanma sirtlarni profil chiziqni Ox o'qi atrofida aylantirishdan hosil bo'lishi va galiley harakati orqali ham Galiley fazosidagi (Galiley ma'nosida) aylanma sirtlar o'rganilgan. Aylanma sirtlarning birinchi va ikkinchi kvadratik formalari, aylanma sirtlar uchun egrilik nuqsoni, qavariq aylanama sirtlar egarsimon aylanma sirtlar, bundan tashqari sikldan hosil bo'lgan aylanma sirtlar o'rganilgan. Aylanma sirtlarning asimptotik chiziqlari keltirilgan.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO’YHATI

1. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2022 yil 28 yanvardagi “2022-2026 yillarga mo‘ljallangan Yangi O‘zbekistonning taraqqiyot strategiyasi to‘g‘risida” gi PF-60-son farmoni

2. O’zbekiston Respublikasining «Ta’lim to’g’risida»gi Qonuni, T:,2020y

3. O’zbekiston Respublikasi Prezidentining 2020 yil 7 maydagi “Matematika sohasidagi ta’lim sifatini oshirish va ilmiy- tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari to’g’risida” gi PQ-4708-son qarori

4. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining qarori, 09.07.2019 yildagi “Matematika ta’limi va fanlarini yanada rivojlantirishni davlat tomonidan qo‘llab-quvvatlash, shuningdek, O‘zbekiston Respublikasi fanlar akademiyasining v.i. Romanovskiy nomidagi matematika instituti faoliyatini tubdan takomillashtirish chora-tadbirlari to‘g‘risida”PQ-4387-son

5. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019-yil 8-oktabrdagi “O‘zbekiston Respublikasi oliy ta’lim tizimini 2030-yilgacha rivojlantirish konsepsiyasi” ni tasdiqlash to‘g‘risida PF - 5847 - son Farmoni.

6. O‘zbekiston Respublikasi Prezidentining 2019-yil 27-avgustdagi “Oliy ta’lim muassasalari rahbar va pedagog kadrlarining uzluksiz malakasini oshirish tizimini joriy etish to‘g‘risida”gi PF-5789 - son Farmoni.

7. Александров А. Д. Внутренняя геометрия выпуклых поверхностей. М.-Л: Огиз, 1948. - 388 стр.
8. Артикбаев А., Соколов Д.Д. Геометрия в целом в плоском пространстве времени. Ташкент, 1991. - 180 стр.
9. Артикбаев А. Классификация точек поверхности в Галилеевом пространстве. Исследование по теории поверхностей в многообразиях знакопостоянной кривизны. Л., 1987. стр. 11-15.
10. Артикбаев А., Хатамов И. . Текисликда тўққиз геометрия. Тошкент-2021.154 бет

11.Бакельман И.Я., Вернер А.Л., Контор Б.Е. Введение в дифференциальную геометрию «в целом». М. Наука. 1973. - 440 стр.
12.Бердинский Д.А. О минимальных поверхностях в группе Гейзенберга. Вестник Кемеровского Государственного Университета. №3-1(47), 2011. стр. 34-38.
13.Веселов А.П., Троицкий Е.В. Лекции по аналитической геометрии. М. Издательство МЦНМО. 2017. - 159 стр.
14. Долгарев А.И. Одулярное описание аффинных преобразований плоскости. Деп. в Винити № 369. 1997 – 97 стр.
15. Долгарев А.И. Методы одулярной Галилеевой геометрии в описании механических движений. Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки, Пенза: ИИЦ ПГУ, 2007, № 3, стр. 12 – 24.
16.Долгарев И.А. Получение поверхности 3-мерного Галилеева пространства с растраном по коэффициентам ее квадратичных форм. Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математически науки, Пенза, 2007, № 6, стр. 17 – 31.
17. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная Геометрия. Методы и приложения. 2-е изд.перераб. –М: Наука, 1986. -760 стр.
18.Ефимов.Н. В. Возникновение особенностей на новерхностях отрицательной кривизны. Матем. Сб., 1964. Т. 64. Вып. 2. С. 286-320.
19.Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. Учеб. Для вузов 5-е изд. – М. Наука, Физматлит. 2012. - 224 стр.
20. Курбонов Э.К. О поверхности Галилеева пространства. УзМЖ, 2005, №1, стр. 51-56.
21. Курбонов Э.К. О дефекте кривизны поверхности Галилеева пространства. УзМЖ, 2000, №4, стр. 26-29.
22.Мищенко А.С. Курс дифференциальной геометрии и топологии. М. Факториал. 2000. - 439 стр.

23. Нарманов А.Я. Аналитическая геометрия. Изд.НОФУз. Ташкент. 2008. - 174 стр.
24. Нарманов А.Я. Дифференциальная геометрия. Турон Икбол. Ташкент. 2018. - 174 стр.
25. Панкина Н.Е. К теории поверхностей трехмерного галилеева пространства. Геометрия погруженных многообразий. М., 1980. стр. 71-77
26. Погорелов А.В. Дифференциалная геометрия. Издательство. Наука, Москва 1974. - 176 стр.
27. Позняк Э.Г., Шикин Е.В. Дифференциальная геометрия. Первое знак. М. Изд-во. МГУ. 1990. - 384 стр.
28. Розенфельд Б.А. Неевклидовы пространства. М.: Наука, 1969. - 548 стр.
29. Хачатурян А.В. Геометрия Галилея / А.В. Хачатурян. М.: Изд. МЦНМО, 2005. - 36с
30. Широков П.А. Интерпретации и метрика квадратичных геометрий. Избранные труды по геометрии. Казань: КГУ, 1966. стр. 15 – 179.
31. Artykbaev A., Sultanov B.M. Invariants of a second-order curves under a special linear transformation. “Uzbek mathematical journal”. №3. (2019), pp. 19-26
32. Ashurova Z.A. Galiley fazosida aylanma sirtlar” International Conference on Innovative Development of Education 2022/1
33. Aydin M. E., Erg¨ut M. The equiform differential geometry of curves in 4-dimensional Galilean space G4. Stud. Univ. Babe¸s-Bolyai Math. 58(3) (2013), pp. 393–400.
34. Aydin M. E. Magnetic curves associated to Killing vector field in a Galilean space. Mathematical sciences and applications E – notes. 4(1) (2016), pp. 144-150.
35. Bansal P. On classification of factorable surface in Galilean 3 - space. Jordan Journal of Mathematics and Statistics (JJMS). 12(3) (2019), pp. 289 – 306.

36. Berdiyeva, O., Kurudirek, A. & Akca, H. Geometriyada Masofa, Harakat va Izometriya. Fizika, Matematika va Informatika FMI Jurnali, , 2014.
37. Chilin V.I., Muminov K.K. Equivalence of Paths in Galilean Geometry. Journal of Mathematical Sciences. 245(3) (2020), pp. 297-310.
38. Dede M. On parallel ruled surfaces in Galilean space. Kragujevac Journal of Mathematics. Volume 40(1) (2016), pp. 47–59.
39. Dede M., Ekici C., Goemans W. Surfaces of revolution with vanishing curvature in Galilean 3-space. Journal of Mathematical Physics, Analysis, Geometry. Vol. 14, No. 2 (2018), pp. 141–152.
40. Kızıltug S., Dede M., Ekici C. Tubular surfaces with darboux frame in Galilean 3-space. Ser. Math. Inform. Vol. 34, No 2 (2019), pp. 253–260.
41. Divjak B., Sipus Z. Special curves on ruled surfaces in Galilean and pseudo Galilean spaces, Acta Math. Hungar. 98 (2003), pp.203–215.
42. Horzela A., Kapuścik E., Kempczyński J. On the Galilean covariance of classical mechanics. ReportINPNo1556/PH. Kraków,August 1991. -100 pp.
43. Kazan A., Karadag H. B. Weighted minimal and weighted flat of revolution in Galilean 3 – space with density. International Journal of Analysis and Applications. Volume 16, Number 3 (2018), pp. 414-426.
44. Kurudirek, A., Akça, H. On the Concept of Circle and Angle in Galilean Plane. Open Access Library Journal, 2: e1256. http://dx.doi.org/10.4236/oalib.1101256, 2015.
45. Mahmudov F.F., Ashurova Z A Ba’zi aylanma sirtlarning hosil bo‘lishi” Algebra va analizning dolzarb masalalari mavzusidagi respublika ilmiy amaliy konfrensiyasi 2022 y 18-19 noyabr Termiz-2022, 263-bet
46. Sahin T. Relaxed elastic line on an oriented surface in the Galilean space. Int. J. Adv. Appl. Math. and Mech. 6(3) (2019). pp. 35 – 41.
47. Sarioglugil A. On Relaxed Elastic Lines of the Second Type on an Oriented Surface in the Galilean Space G3. Results Math 71 (2017), pp. 955–982.

48. Sipus Z. M. Ruled Weingarten surfaces in the Galilean space. Periodica Mathematica Hungarica Vol. 56(2) (2008), pp. 213–225.
49. Sobirov J.A., Sultanov B.M. Revolution surfaces formed in the Galilean motion. Physical and mathematical sciences. Volume 4, Issue 1 (2020), pp. 53-65
50. Roschel O. Die Geometrie des Galileischen Raumes, Habilitationsschrift, Institutf¨ur Math. und Angew. Geometrie, Leoben, 1984. -114 pp.
51. Thurston, W. P. Three-Dimensional Geometry and Topology, Volume 1 (Silvio Levy Ed), Princeton University Press, 1997.
52. Tomter P. Constant mean curvature surface in the Heisenberg group, Proe. of Symp. Pure math. v54, part 1 (1993), pp. 485-495.
53. Toponogov V.A., Rovenski V.Y. Differential geometry of curves and surface. Boston. 2006. -214 pp.
54. Yaglom, I.M. A Simple Non-Euclidean Geometry and its Physical Basis. Springer, New York (1979). -326 pp.
55. Yoon D.W. Some Classification of Translation Surfaces in Galilean 3-Space. Int. Journal of Math. Analysis, Vol. 6, 2012, no. 28, pp. 1355 – 1361.
56. Yoon D.W. On the Gauss Map of Tubular Surfaces in Galilean 3-space. International Journal of Mathematical Analysis Vol. 8, No. 45 (2014), pp. 2229 – 2238.
57. Yuzbası Z. K. On a family of surfaces with common asymptotic curve in the Galilean space G3. J. Nonlinear Sci. Appl. Volume 9 (2016), pp. 518–523.
58. Yuzbasi Z.K., Altın M. Surfaces using Smarandache Asymptotic Curves in Galilean Space. International J.Math. Combin. Vol.3 (2020), pp. 1-15.
59. Yuzbasi Z.K., Yoon D.W. On geometry of isophote curves in Galilean space. AIMS Mathematics, 6(1) (2020), pp. 66–76.

Termiz davlat universiteti magistratura bo'limi bitiruvchisi Ashurova Zarnigor Anvar qizining "Galiley fazosida aylanma sirtlar" mavzusida 70540101-matematika mutaxassisligi bo'yicha magistr akademik darajasini olish uchun yozgan dissertatsiya ishiga ilmiy rahbar

xulosasi

Magistrant Ashurova Zarnigor Anvar qizining "Galiley fazosida aylanma sirtlar " mavzusidagi magistrlik dissertatsiyasida Galiley fazosidag aylanma sirtlar har tomonlama asoslab berilgan.

Oxirgi yillarda psevdoevklid, yarimevklid va Galiley fazolarida geometriya intensiv o'rganilyapti. Hozirgi kunda Affin fazolar geometriyasiga oid ilmiy ishlar chop etilgan. D.D. Sokolov, A. Artiqboev, A.I. Dalgarev, A. Kurudirek, A.V. Xachaturyan, I.A. Dalgarev, ye.K. Kurbonov va boshqalarning ishlari shular jumlasiga kiradi.

Galiley fazosi Affin fazosidagi geometriyalardan biri bo'lib, affin fazosida o'ziga xos ikkita vektorning skalyar ko'paytmasini kiritish yo'li orqali yevklid, Minkovskiy, Galiley va izotrop fazolar aniqlanadi. Ya'ni A_3-affin fazoga tegishli bo'lgan barcha xossa va tushunchalar yevklid, Minkovskiy, Galiley va izotrop fazolarda ham saqlanib qoladi.

Noyevklid geometriyalarni affin fazosi yordamida bayon etish usuli B.A. Rozenfel'd tomonidan Lobachevskiy geometriyasi uchun keltirilgan bo'lib, A.Artikbayev bu usulni ixtiyoriy noyevklid geometriyalari uchun umumlashtirgan.

Birinchi bob yordamchi bob bo'lib, Galiley fazosini o'rganishga bag'ishlangandir, avvalo affin fazosi keltirilgan va Affin fazosining strukturaviy geometriyalaridan muximi bo'lgan yarimevklid fazosi, Galiley tekisligi va fazosi o'rganilgan.

Ikkinchi bob Galiley fazosida sirtlar nazariyasi tushunchalari kiritilgan va ularga oid misollar keltirilgan. Jumladan, sirtning birinchi va ikkinchi kvadratik formalari, to'la va o'rta egriliklari keltirilgan.

Uchinchi bobda dissertatsiyaning asosiy natijalari keltirilgan bo'lib, Galiley fazosida aylanma sirtlarga bag'ishlangan. Unda Galiley fazosida sirtlarning ichki geometriyasi va aylanma sirtlarning geometrik xarakteristikalari o'rganilgan. Bu bobning birinchi paragrafida Aylanma sirtlarning geometrik xaraktristikalari va unga bog'liq masalalar, birinchi va ikkinchi kvadratik formalari, to'la egriligi, Galiley fazosidagi harakatga doir masalalar, jumladan Galiley fazzosida harakat orqali hosil bo'lgan aylanma sirtlar keltirildi. Ikkinchi paragrafda esa asimptotik chiziqlar, egriligi o'zgarmas sirtlar va ularning differentsial xaraktristikalari keltirilib o'tildi. Galiley fazosida yevklid fazosidagi aylananing analogi ko'rsatilgan.

Magistrlik dissertatsiyasining boblari va paragraflari uzviy bog'liq va izchillikda bayon qilingan bo'lib, bir-birini to'ldirib boradi. Tadqiqot ishida ham nazariy, ham amaliy xarakterga ega bo'lgan izlanishlar olib borilgan.

Umuman, bajarilgan ish matematika yo'nalishi bo'yicha magistrlik dissertatsiyasiga qo'yilgan talablarga javob beradi va uning muallifi Ashurova Zarnigor matematika bo'yicha magistr akademik darajasini olishga munosib deb baholayman.

Magistrlik dissertatsiyasini Davlat Attestatsiya Komissiyasi yig'ilishida himoya qilishga tavsiya etaman.

Ilmiy rahbar:

Assistant Professor, Dr. Makhmudov Fazliddin ____________

Address: Department of Computer Engineering, Gachon University,

1342, Seognam-daero, Sugeong-gu, Seognam-si, Gyeonggi-do, South Korea.

Mobile: +82-10-4912-4743

E-mail: fazliddin12@gachon.ac.kr

Termiz davlat universiteti 70540101-Matematika (algebra va funktsional analiz) mutaxassisligi 2-bosqich magistranti Ashurova Zarnigor Anvar qizi "Galiley fazosida aylanma sirtlar" mavzusidagi magistrlik dissertatsiyasi ishiga

TAQRIZ

Ushbu dissertatsiya ishida Ashurova Zarnigor Anvar qizi Affin strukturaviy geometriyalaridan biri bo'lgan Galiley fazosi va undagi aylanma sirtlarga bag'ishlangan bo'lib, aylanma sirtlar yevklid fazosidagi aylanma sirtlar bilan solishtirilgan.

Dissertatsiya ishi kirish qism, uchta bob, xulosa va foydalanilgan adabiyotlardan iborat. Mavzuning dolzarbligi kirish qismida yoritilgan.

Dissertatsiyaning birinchi bobi Galiley fazosini o'rganishga bag'ishlangan va Galiley tekisligi va fazosi o'rganilgan.

Ikkinchi bobida Galiley fazosida sirtlar nazariyasi tushunchalari kiritilgan.

Uchinchi bob dissertatsiyaning asosiy natijalari keltirilgan bo'lib Galiley fazosida aylanma sirtlarga bag'ishlangan. Unda Galiley fazosida sirtlarning ichki geometriyasi va aylanma sirtlarning geometrik xarakteristikalari o'rganilgan.

Bajarilgan magistrlik dissertatsiya ishida keltirilgan ma'lumotlar ilmiy asoslangan. Ishni yoritishda Ashurova Zarnigor Anvar qizi keltirilgan adabiyotlardan to'la foydalangan.

Umuman, bajarilgan ish matematika yo'nalishi bo'yicha magistrlik dissertatsiyasiga qo'yilgan talablarga javob beradi.

Taqrizchi: **dots. S.Choriyeva**

Termiz davlat universiteti 70540101-Matematika (algebra va funktsional analiz) mutaxassisligi 2-bosqich magistranti Ashurova Zarnigor Anvar qizining "Galiley fazosida aylanma sirtlar" mavzusidagi magistrlik dissertatsiyasi ishiga

TAQRIZ

Ashurova Zarnigor Anvar qizining "Galiley fazosida aylanma sirtlar" mavzusidagi magistrlik dissertatsiyasida Galiley fazosidagi sirtlar jumladan aylanma sirtlar yevklid fazosidagi aylanma sirtlar bilan solishtirilib o'rganilgan

Mavzuning dolzarbligi dissertatsiyaning kirish qismida yorqin ko'rsatilgan. Magistrlik dissertatsiyasining asosiy qismi uch bobdan iborat bo'lib, birinchi bobi Galiley fazosini o'rganishga bag'ishlangan vaGaliley tekisligi va fazosi o'rganilgan.

Ikkinchi bobida Galiley fazosida sirtlar nazariyasi tushunchalari kiritilgan.

Uchinchi bob dissertatsiyaning asosiy natijalari keltirilgan bo'lib Galiley fazosida aylanma sirtlarga bag'ishlangan. Unda Galiley fazosida sirtlarning ichki geometriyasi va aylanma sirtlarning geometrik xarakteristikalari o'rganilgan.

Bajarilgan magistrlik dissertatsiya ishida keltirilgan ma'lumotlar ilmiy asoslangan. Ishni yoritishda Ashurova Zarnigor Anvar qizi keltirilgan adabiyotlardan to'la foydalangan.

Umuman, bajarilgan ish matematika yo'nalishi bo'yicha magistrlik dissertatsiyasiga qo'yilgan talablarga javob beradi.

Taqrizchi:
Denov tadbirkorlik va pedagogika
instituti Matematika va fizika
kafedrasi f.m.f.n (PhD) **O.Qosimov**

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TA'LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI DENOV TADBIRKORLIK VA PEDAGOGIKA INSTITUTI DEVONXONA

Hujjat tekshirish natijalari

ANTIPLAG

Tekshiruvchi: Narbayev Azamat Baxramovich (ID: 6194)
Tashkilot: Termiz Davlat Universiteti

Hisobot "Antiplag.Uz" servisi tomonidan taqdim etilgan

HUJJAT TO'G'RISIDAGI MA'LUMOTLAR

Hujjat raqami: 125180
Yuklangan vaqti: 06-06-2023 10:16:00
Dastlabki faylning nomi: Ashurova. Zarnigor (2) (1).docx
Hujjat nomi: Ashurova. Zarnigor (2) (1).docx
Hujjat turi: belgilanmagan
Matndagi belgilar: 64422
Matndagi so'zlar: 8384
Gaplar soni: 753
Matn o'lchami:1455565 kB

HISOBOT TO'G'RISIDAGI MA'LUMOTLAR

Qidirish oralig'i: ko'rsatilmaga
Qidirish modullari: ИПС Адилет qidiruv moduli, Internet plyus qidiruv moduli, Переводные заимствования по Интернету (EnRu) qidiruv moduli, BMK dissertatsiyalari qidiruv moduli, Universitetlar halqasi qidiruv moduli, Модуль поиска переводных заимствований qidiruv moduli, Milliy reestr qidiruv moduli, Переводные заимствования по Интернету (UzRu) qidiruv moduli, Tabobat qidiruv moduli, Garant AHT qidiruv moduli, RDK to'plami qidiruv moduli, Shablon iboralar qidiruv moduli, Patentlar qidiruv moduli, Tarjima tekshiruvi en-ru qidiruv moduli, Elektron-kutubxona tizimlari qidiruv moduli, Internet plyus qidiruv moduli, Tarjima tekshiruvi uz-ru qidiruv moduli, Wiley nashriyoti qidiruv moduli, Bibliografiya qidiruv moduli, Rossiya va MDH OAVlari qidiruv moduli, Iqtibos keltirish qidiruv moduli, Iboralarni qayta ishlatish qidiruv moduli, Перефразирование по СПС Гарант: аналитика qidiruv moduli, Переводные заимствования издательства Wiley (RuEn) qidiruv moduli, СПС Гарант: нормативно-правовая документация qidiruv moduli, eLIBRARY.RU qidiruv moduli

O'ZLASHTIRIB OLISHLAR	O'Z-'ZIDAN IQTIBOS KELTIRISHLAR	IQTIBOS KELTIRISHLAR	ORIGINALLIK
13.41%	0%	0%	86.59%

O'zlashtirib olish — topilgan barcha matnli kesishmalar ulushi, tizim hujjatning umumiy hajmiga nisbatan iqtibos keltirishga kiritganlaridan tashqari.
O'z-o'zidan iqtibos keltirishlar — tekshirilayotgan hujjatdagi muallifi yoki hammuallifi tekshirilayotgan hujjatning muallifi bo'lgan manba matni fragmenti bilan mos tushuvchi yoki deyarli mos tushuvchi matn fragmentlarining hujjatning umumiy hajmiga nisbatan ulushi.
Iqtibos keltirish — muallifniki bo'lmagan, biroq tizim ulardan foydalanishni to'g'ri deb hisoblagan matnli kesishmalarning hujjatning umumiy hajmiga nisbatan ulushi. Bunga GOST bo'yicha qilingan iqtiboslar: umumfoydalanuvchi ifodalar; me'yoriy-huquqiy hujjatlar to'plamidan olingan manbalarda topilgan matn fragmentlari kiradi.
Matnli kesishma — tekshirilayotgan hujjatdagi manba matni fragmenti bilan ustma-ust yoki deyarli ustma-ust tushuvchi matn fragmenti.
Manba — tizimda indekslangan va tekshirish o'tkaziluvchi qidirish modulida mavjud bo'lgan hujjat.
Originallik — tekshirilayotgan hujjat matnidagi tekshiruv borgan birorta ham manbada topilmagan fragmentlarning hujjatning umumiy hajmiga nisbatan ulushi.
O'zlashtirib olishlar, o'z-o'zidan iqtibos keltirishlar, iqtibos keltirishlar va originallik alohida ko'rsatkichlar hisoblanadi va jami bo'lib 100%, ni beradi, bu esa butun tekshirilayotgan hujjat matniga mos keladi.
E'tiboringizni tizim tekshirilayotgan hujjatning tizimda indekslangan matnli manbalar bilan matnli kesishmalarni topishiga qaratamiz. Bunda tizim yordamchi vosita hisoblanadi, o'zlashtirib olishlar yoki iqtibos keltirishlarning to'g'riligi va o'rinliligini hamda tekshirilayotgan hujjat matnli fragmentlarining muallifi kimligini aniqlash tekshiruvchining vakolatida qoladi.

№	Hisobotdagi ulushi	Manba	Qidirish moduli
[01]	7.02%	NOYEVKLID GEOMETRIYASIDA AYLANMA SIRTLARNI O'RGANISH METODIKASI. https://elibrary.ru/item.asp?id=50198087	eLIBRARY.RU qidiruv moduli
[02]	1.36%	https://www.oriens.u z/media/journalartic les/87_Safarov_Tolqi n_Nazarovich_605-614 .pdf https://www.oriens.uz/media/journalarticles/87_Safarov_Tolqin_Nazarovich_605-614.pdf	Internet plyus qidiruv moduli
[03]	1.67%	Основні властивості ліній кривини та застосування їх при розв'язанні практичних задач http://otherreferats.allbest.ru/mathematics/00027598_0.html	Переводные заимствования по Интернету (UzRu) qidiruv moduli
[04]	1.05%	Galiley fazosida siklik sirtlarning differensial xarakteristikalari" nomli magistrlik dissertatsiyasiga ilmiy rahbar Xulosasi Ilmiy rahbar xulosasi https://fayllar.org/galiley-fazosida-siklik-sirtlarning-differensial-xarakteristik.html	Internet plyus qidiruv moduli
[05]	0%	Galiley fazosida siklik sirtlarning differensial xarakteristikalari" nomli magistrlik dissertatsiyasiga ilmiy rahbar Xulosasi https://fayllar.org/galiley-fazosida-siklik-sirtlarning-differensial-xarakteristik.html	Internet plyus qidiruv moduli
[06]	1.33%	http://n.ziyouz.com/ books/kollej_va_otm_ darsliklari/matemati ka/Analitik%20geomet riyai%20(A.Narmanov) .pdf http://n.ziyouz.com/books/kollej_va_otm_darsliklari/matematika/Analitik%20geometriyai%20(A.Narmanov).pdf	Internet plyus qidiruv moduli
[07]	0%	ПОЛУЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ОДУЛЯРНОГО ГАЛИЛЕЕВА ПРОСТРАНСТВА С СИБСОНОМ ПО КОЭФФИЦИЕНТАМ ИХ КВАДРАТИЧНЫХ ФОРМ. http://elibrary.ru/item.asp?id=12905546	Tarjima tekshiruvi uz-ru qidiruv moduli
[08]	0%	http://casopisi.juni s.ni.ac.rs/index.php /FUMathInf/article/d ownload/6903/pdf http://casopisi.junis.ni.ac.rs/index.php/FUMathInf/article/download/6903/pdf	Internet plyus qidiruv moduli
[09]	0%	Некоммутативная геометрия галилеевых одулярных пространств в аксиоматике г. вейля http://disus.ru/r-raznoe/350244-1-nekommutativnaya-geometriya-galileevih-odulyarnih-prostranstv-aksiomatike-veylya.php	Internet plyus qidiruv moduli
[10]	0%	Артур иванович некоммутативная геометрия галилеевых одулярных пространств в аксиоматике г. вейля http://netess.ru/3raznoe/107854-1-artur-ivanovich-nekommutativnaya-geometriya-galileevih-odulyarnih-prostranstv-aksiomatike-veylya.php	Internet plyus qidiruv moduli
[11]	0%	Артур иванович некоммутативная геометрия галилеевых одулярных пространств в аксиоматике г. вейля (2/2) http://netess.ru/3raznoe/107854-1-artur-ivanovich-nekommutativnaya-geometriya-galileevih-odulyarnih-prostranstv-aksiomatike-veylya.php#2	Internet plyus qidiruv moduli
[12]	0%	Magnetic curves associated to Killing vector fields in a Galilean space http://arxiv.org/abs/1512.04731	Internet plyus qidiruv moduli
[13]	0%	https://file.adu.uz/ s/2022/03/conference _math_03.pdf https://file.adu.uz/s/2022/03/conference_math_03.pdf	Internet plyus qidiruv moduli
[14]	0%	Диссертация на тему «Системы дифференциальных уравнений в частных производных для поверхностей пространства Галилея», скачать бесплатно автореферат по специальности ВАК РФ 01.01.02 - Дифференциальные уравнения https://www.dissercat.com/content/sistemy-differentsialnykh-uravnenii-v-chastnykh-proizvodnykh-dlya-poverkhnostei-prostranstva	Internet plyus qidiruv moduli
[15]	0%	62_52_111_0_0.600_73 225947 EMpovЯв http://www.rusnauka.com/31_ONBG_2011/Matematics/1_97067.doc.htm	Internet plyus qidiruv moduli

[16]	0%	209348 http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=209348	Elektron-kutubxona tizimlari qidiruv moduli
[17]	0%	https://jims-a.org/i ndex.php/jimsa/artic le/download/473/pdf https://jims-a.org/index.php/jimsa/article/download/473/pdf	Internet plyus qidiruv moduli
[18]	0.52%	ПОВЫШЕНИЕ КАЧЕСТВА ФИЛЬТРАЦИИ ЭЛЕКТРОКАРДИОСИГНАЛА С ПОМОЩЬЮ ФИЛЬТРА ВИНЕРА И ЧЕБЫШЕВА. http://elibrary.ru/item.asp?id=29931511	Tarjima tekshiruvi uz-ru qidiruv moduli
[19]	0%	О ГИПЕРСВЯЗНОСТИ ПРОСТРАНСТВА P(X) ВЕРОЯТНОСТНЫХ МЕР., 2019 https://staff.tiiame.uz/storage/users/184/articles/DEh9zoUZ6DC7BzkNa5j7u4GzmrmLd5MUXqBj7PFV.pdf	Internet plyus qidiruv moduli
[20]	0%	Долгарев, Артур Иванович Некоммутативная геометрия галилеевых одулярных пространств в аксиоматике Г. Вейля : автореферат дис. ... доктора физико-математически х наук : 01.01.04 Казань 2010 http://dlib.rsl.ru/rsl01004000000/rsl01004611000/rsl01004611737/rsl01004611737.pdf	RDK to'plami qidiruv moduli
[21]	0%	mehnat_talimining_op timallashtirilgan_ma zmunini_tanlash_va_u ni_oqitish_metodikas i.pdf http://library.ziyonet.uz/uz/book/download/16021	Internet plyus qidiruv moduli
[22]	0.47%	13445 http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=13445	Elektron-kutubxona tizimlari qidiruv moduli
[23]	0%	3-мерное галилеево одулярное нильпотентное пространство с 2-мерным временем. http://elibrary.ru/item.asp?id=13294305	eLIBRARY.RU qidiruv moduli
[24]	0%	Ўзбекистон республикаси https://genderi.org/zbekiston-respublikasi-v5.html	Internet plyus qidiruv moduli
[25]	0%	СПЕЦИАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ КРИВЫХ 4-МЕРНОГО ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ ГАЛИЛЕЯ. http://elibrary.ru/item.asp?id=12831060	eLIBRARY.RU qidiruv moduli
[26]	0%	Артыкбаев, Абдуллаазиз Геометрия в целом поверхностей в полуевклидовом пространстве : автореферат дис. ... доктора физико-математически х наук : 01.01.04 Новосибирск 1992 http://dlib.rsl.ru/rsl01000000000/rsl01000015000/rsl01000015181/rsl01000015181.pdf	RDK to'plami qidiruv moduli
[27]	0%	https://e-library.na mdu.uz/22%20%D0%A4%D0 %B8%D0%B7%D0%B8%D0% BA%D0%B0-%D0%BC%D0%B 0%D1%82%D0%B5%D0%BC% D0%B0%D1%82%D0%B8%D0 %BA%D0%B0/Narmanov%2 0A.Ya,%20Sharipov%20 A.S.%20Differensial% 20geometriya%20va%20 topologiya%20kursida n%20masalalar%20to'p lami.pdf https://e-library.namdu.uz/22%20%D0%A4%D0%B8%D0%B7%D0%B8%D0%BA%D0%B0-%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0/Narmanov%20A.Ya,%20Sharipov%20A.S.%20Differensial%20geometriya%20va%20topologiya%20kursidan%20masalalar%20to'plami.pdf	Internet plyus qidiruv moduli
[28]	0%	Ежемесячный научный журнал "Prospero" 5 (17) / PDF https://docplayer.ru/27115689-Ezhemesyachnyy-nauchnyy-zhurnal-prospero-5-17-2015.html	Internet plyus qidiruv moduli
[29]	0%	Ежемесячный научный журнал "Prospero" 5 (17) / PDF https://docplayer.ru/27115689-Ezhemesyachnyy-nauchnyy-zhurnal-prospero-5-17-2015.html	Internet plyus qidiruv moduli
[30]	0%	Ежемесячный научный журнал "Prospero" 5 (17) / PDF Скачать Бесплатно http://docplayer.ru/27115689-Ezhemesyachnyy-nauchnyy-zhurnal-prospero-5-17-2015.html	Internet plyus qidiruv moduli
[31]	0%	Minding isometries of ruled surfaces in pseudo-Galilean space. http://elibrary.ru/item.asp?id=5106813	eLIBRARY.RU qidiruv moduli
[32]	0%	Helicoidal Surfaces in Galilean Space With Density https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fphy.2020.00081	Rossiya va MDH OAVlari qidiruv moduli
[33]	0%	http://www.gramota.net/articles/issn_1993-5552_2009_3_47.pdf	Переводные заимствования по Интернету (UzRu) qidiruv moduli
[34]	0%	http://mathnet.uz/Im ages/files/Differens ial_geometriya_va_to pologiya_fanidan_mas alalar_to%27plami.pd f http://mathnet.uz/Images/files/Differensial_geometriya_va_topologiya_fanidan_masalalar_to%27plami.pdf	Internet plyus qidiruv moduli
[35]	0%	O'zbekiston respublikasi oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi termiz davlat universiteti https://hozir.org/ozbekiston-respublikasi-oliy-va-orta-maxsus-talim-vazirligi-te-v6.html	Internet plyus qidiruv moduli
[36]	0%	TESHABOYEV ZOKIRJON O'TKIR O'G'LI	Universitetlar halqasi qidiruv moduli
[37]	0%	https://www.hrpub.or g/download/20190830/ MS3-13413408.pdf https://www.hrpub.org/download/20190830/MS3-13413408.pdf	Internet plyus qidiruv moduli
[38]	0%	Surfaces of Constant Curvature in the Pseudo-Galilean Space https://www.hindawi.com/journals/ijmms/2012/375264/	Internet plyus qidiruv moduli
[39]	0%	bolalar_va_osmirlar_ sport_maktablarida_s port_gimnastikasi_ma shgulotlarini_tashki l_etish_va_otkazish. pdf http://library.ziyonet.uz/uz/book/download/79154	Internet plyus qidiruv moduli
[40]	0%	Долгарев, Иван Артурович Системы дифференциальных уравнений в частных производных для поверхностей пространства Галилея : автореферат дис. ... кандидата физико-математически х наук : 01.01.02 Пенза 2007 http://dlib.rsl.ru/rsl01003000000/rsl01003158000/rsl01003158777/rsl01003158777.pdf	RDK to'plami qidiruv moduli
[41]	0%	ЦИФРОВЫЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ МОДЕЛИ В КЛАССИЧЕСКОЙ ПРИКЛАДНОЙ ГЕОМЕТРИИ. http://elibrary.ru/item.asp?id=36984680	Tarjima tekshiruvi uz-ru qidiruv moduli
[42]	0%	https://n.ziyouz.com /books/kollej_va_otm _darsliklari/matemat ika/Analitik%20geome triyai%20(A.Narmanov).pdf https://n.ziyouz.com/books/kollej_va_otm_darsliklari/matematika/Analitik%20geometriyai%20(A.Narmanov).pdf	Internet plyus qidiruv moduli
[43]	0%	Информация об изданиях, входящих в Перечень рецензируемых научных изданий по научным специальностям, которые были изменены или исключены из номенклатуры, на срок до 16 октября 2022 г. (направлена Высшей аттестационной комиссией РФ) (по состоянию на 16 ... http://ivo.garant.ru/#/document/404708237	СПС Гарант: нормативно-правовая документация qidiruv moduli
[44]	0%	Распоряжение Министерства науки и высшего образования РФ от 28 декабря 2018 г. N 90-р "О формировании Перечня рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени канди... http://ivo.garant.ru/#/document/72165620	СПС Гарант: нормативно-правовая документация qidiruv moduli
[45]	0%	Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук (утв. Высшей аттестационной комиссией Министерств... http://ivo.garant.ru/#/document/71264946	СПС Гарант: нормативно-правовая документация qidiruv moduli
[46]	0%	Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученых степеней доктора и кандидата наук (утв. решением Президиума Высшей аттестационной комиссии Мини... http://ivo.garant.ru/#/document/197683	СПС Гарант: нормативно-правовая документация qidiruv moduli
[47]	0%	Buxoro davlat universiteti https://genderi.org/buxoro-davlat-universiteti.html	Internet plyus qidiruv moduli
[48]	0%	209350 http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=209350	Elektron-kutubxona tizimlari qidiruv moduli

[49]	0%	209360 http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=209360	Elektron-kutubxona tizimlari qidiruv moduli
[50]	0%	Equiform spacelike normal curves according to equiform-Bishop frame in E13 https://doi.org/10.1002/mma.4618	Wiley nashriyoti qidiruv moduli
[51]	0%	https://jdpu.uz/wp-c ontent/uploads/2020/ 08/Matematik-analizd an-maruzalar.-%D0%A5 %D1%83%D0%B4%D0%BE%D 0%B9%D0%B1%D0%B5%D1% 80%D0%B3%D0%B0%D0%BD %D0%BE%D0%B2.pdf https://jdpu.uz/wp-content/uploads/2020/08/Matematik-analizdan-maruzalar.-%D0%A5%D1%83%D0%B4%D0%BE%D0%B9%D0%B1%D0%B5%D1%80%D0%B3%D0%B0%D0%BD%D0%BE%D0%B2.pdf	Internet plyus qidiruv moduli
[52]	0%	Диссертация на тему «Регуляризованные следы дискретных операторов», скачать бесплатно автореферат по специальности ВАК РФ 01.01.01 - Математический анализ https://www.dissercat.com/content/regulyarizovannye-sledy-diskretnykh-operatorov	Internet plyus qidiruv moduli
[53]	0%	https://n.ziyouz.com /books/kollej_va_otm _darsliklari/matemat ika/Matematik%20mant iq%20va%20diskret%20 matematika.%202-jild %20(H.To'rayev,%20I. Azizov).pdf https://n.ziyouz.com/books/kollej_va_otm_darsliklari/matematika/Matematik%20mantiq%20va%20diskret%20matematika.%202-jild%20(H.To'rayev,%20I.Azizov).pdf	Internet plyus qidiruv moduli
[54]	0%	https://jdpu.uz/wp-c ontent/uploads/2020/ 08/Matematika.%D0%90 %D0%B1%D0%B4%D1%83%D 0%BB%D0%BB%D0%B0%D0% B5%D0%B2%D0%B0-%D0%9 1.pdf https://jdpu.uz/wp-content/uploads/2020/08/Matematika.%D0%90%D0%B1%D0%B4%D1%83%D0%BB%D0%BB%D0%B0%D0%B5%D0%B2%D0%B0-%D0%91.pdf	Internet plyus qidiruv moduli
[55]	0%	http://advanced-scie nce.ru/assets/mgr/do cs/2(2021)/matematic heskiy-vestnik.pdf http://advanced-science.ru/assets/mgr/docs/2(2021)/matematicheskiy-vestnik.pdf	Internet plyus qidiruv moduli
[56]	0%	boshlangich_sinflard a_keys_texnologiyasi _asosida_talim_samar adorligiga_erishish. pdf http://library.ziyonet.uz/ru/book/download/2522	Internet plyus qidiruv moduli
[57]	0%	Фоминых, Евгений Анатольевич Сложность трехмерных многообразий: точные значения и оценки : диссертация ... доктора физико-математически х наук : 01.01.04 Новосибирск 2014 http://dlib.rsl.ru/rsl01005000000/rsl01005102000/rsl01005102345/rsl01005102345.pdf	RDK to'plami qidiruv moduli
[58]	0%	Повесть о двух фракталах. http://www.studentlibrary.ru/doc/ISBN9785940576709-SCN0000.html	Tabobat qidiruv moduli
[59]	0%		Shablon iboralar qidiruv moduli
[60]	0%	https://n.ziyouz.com /books/kollej_va_otm _darsliklari/matemat ika/Geometriya.%201- qism%20(I.Isroilov,% 20Z.Pashayev).pdf https://n.ziyouz.com/books/kollej_va_otm_darsliklari/matematika/Geometriya.%201-qism%20(I.Isroilov,%20Z.Pashayev).pdf	Internet plyus qidiruv moduli
[61]	0%	https://answers.uz/u ploads/books/geometr iya-7/geometriya-7.p df https://answers.uz/uploads/books/geometriya-7/geometriya-7.pdf	Internet plyus qidiruv moduli
[62]	0%	https://static.oliyg oh.uz/uploads/4/geom etriya_7_uzb.pdf https://static.oliygoh.uz/uploads/4/geometriya_7_uzb.pdf	Internet plyus qidiruv moduli
[63]	0%	Васин, Алексей Валерьевич Асимптотически оптимальные по надежности схемы в полных базисах из трехвходовых элементов : диссертация ... кандидата физико-математически х наук : 01.01.09 Казань 2010 http://dlib.rsl.ru/rsl01004000000/rsl01004879000/rsl01004879709/rsl01004879709.pdf	RDK to'plami qidiruv moduli
[64]	0%	225504 http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=225504	Elektron-kutubxona tizimlari qidiruv moduli
[65]	0%	«i n f o r m a t I k a va axborot texnologiyalari» fanidan m a' r u z a m a t n L a r I http://uz.denemetr.com/docs/768/index-229111-1.html	Internet plyus qidiruv moduli
[66]	0%	ИНДУЦИРОВАННЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ГРУППЫ SL2(R) И ГИПЕРКОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА. http://elibrary.ru/item.asp?id=16219801	eLIBRARY.RU qidiruv moduli
[67]	0%	Maxkamboyev O‘tkirbek Umaraliyevich	Universitetlar halqasi qidiruv moduli
[68]	0%	https://jspi.uz/wp-c ontent/uploads/2020/ 06/Chizma-geometriya -Sh.Muratov.pdf https://jspi.uz/wp-content/uploads/2020/06/Chizma-geometriya-Sh.Muratov.pdf	Internet plyus qidiruv moduli
[69]	0%	https://taqi.uz/pdf/ sirtqi/chg/Chizma_ge ometriya_va_MG.pdf https://taqi.uz/pdf/sirtqi/chg/Chizma_geometriya_va_MG.pdf	Internet plyus qidiruv moduli
[70]	0%	http://e-library.nam du.uz/Namdu%20Profes sor%20O'quvchilar/%D 0%BC%D0%B0%D1%82%D0% B5%D0%BC%D0%B0%D1%82 %D0%B8%D0%BA%20%D0%B 0%D0%BD%D0%B0%D0%BB% D0%B8%D0%B7/Difffere nsial_geometriya.%20 Majmua.pdf http://e-library.namdu.uz/Namdu%20Professor%20O'quvchilar/%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%20%D0%B0%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7/Diffferensial_geometriya.%20Majmua.pdf	Internet plyus qidiruv moduli
[71]	0%	https://e-library.na mdu.uz/22%20%D0%A4%D 0%B8%D0%B7%D0%B8%D0% BA%D0%B0-%D0%BC%D0%B 0%D1%82%D0%B5%D0%BC% D0%B0%D1%82%D0%B8%D0 %BA%D0%B0/Algebra%20 va%20geometriya%20Ba yturayev%20A.M..pdf https://e-library.namdu.uz/22%20%D0%A4%D0%B8%D0%B7%D0%B8%D0%BA%D0%B0-%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0/Algebra%20va%20geometriya%20Bayturayev%20A.M..pdf	Internet plyus qidiruv moduli
[72]	0%	http://scientificpro gress.uz/storage/app /media/volume-2-issu e-1.pdf http://scientificprogress.uz/storage/app/media/volume-2-issue-1.pdf	Internet plyus qidiruv moduli
[73]	0%	https://e-library.na mdu.uz/22%20%D0%A4%D 0%B8%D0%B7%D0%B8%D0% BA%D0%B0-%D0%BC%D0%B 0%D1%82%D0%B5%D0%BC% D0%B0%D1%82%D0%B8%D0 %BA%D0%B0/A.B.Nabiye v/Majmua%20Nazariy%2 0mexanika.pdf https://e-library.namdu.uz/22%20%D0%A4%D0%B8%D0%B7%D0%B8%D0%BA%D0%B0-%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0/A.B.Nabiyev/Majmua%20Nazariy%20mexanika.pdf	Internet plyus qidiruv moduli
[74]	0%	http://library.samdu .uz/files/32115fff01 09b3fccb6ea60c32bffd 63_MATEMATIKA.pdf http://library.samdu.uz/files/32115fff0109b3fccb6ea60c32bffd63_MATEMATIKA.pdf	Internet plyus qidiruv moduli
[75]	0%	https://taqi.uz/pdf/ sirtqi/chg/Chizma_ge ometriya_va_MG.pdf https://taqi.uz/pdf/sirtqi/chg/Chizma_geometriya_va_MG.pdf	Internet plyus qidiruv moduli
[76]	0%	https://e-library.na mdu.uz/22%20%D0%A4%D 0%B8%D0%B7%D0%B8%D0% BA%D0%B0-%D0%BC%D0%B 0%D1%82%D0%B5%D0%BC% D0%B0%D1%82%D0%B8%D0 %BA%D0%B0/Fizika%201 -qism.%20Akademik%20 litsey%20va%20kasb-h unar%20kollejlari%20 uchun%20darslik.%20G 'aniyey%20A.G.%20Avl iyoqulov%20A.... https://e-library.namdu.uz/22%20%D0%A4%D0%B8%D0%B7%D0%B8%D0%BA%D0%B0-%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0/Fizika%201-qism.%20Akademik%20litsey%20va%20kasb-hunar%20kollejlari%20uchun%20darslik.%20G'aniyey%20A.G.%20Avliyoqulov%20A.K.pdf	Internet plyus qidiruv moduli
[77]	0%	http://e-library.nam du.uz/22%20%D0%A4%D0 %B8%D0%B7%D0%B8%D0%B A%D0%B0-%D0%BC%D0%B0 %D1%82%D0%B5%D0%BC%D 0%B0%D1%82%D0%B8%D0% BA%D0%B0/Oliy%20mate matika_N.M.Jabborov% 202010.pdf http://e-library.namdu.uz/22%20%D0%A4%D0%B8%D0%B7%D0%B8%D0%BA%D0%B0-%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0/Oliy%20matematika_N.M.Jabborov%202010.pdf	Internet plyus qidiruv moduli

[78]	0%	https://e-library.na mdu.uz/65%20%D0%98%D 0%BA%D1%82%D0%B8%D1% 81%D0%BE%D0%B4/Rasul ov%20A.%20Iqtisodiyo tda%20miqdoriy%20usu llar.pdf https://e-library.namdu.uz/65%20%D0%98%D0%BA%D1%82%D0%B8%D1%81%D0%BE%D0%B4/Rasulov%20A.%20Iqtisodiyotda%20miqdoriy%20usullar.pdf	Internet plyus qidiruv moduli
[79]	0%	https://e-library.na mdu.uz/22%20%D0%A4%D 0%B8%D0%B7%D0%B8%D0% BA%D0%B0-%D0%BC%D0%B 0%D1%82%D0%B5%D0%BC% D0%B0%D1%82%D0%B8%D0 %BA%D0%B0/Topologiya ga%20kirish.%20Jo'ra yev%20T%20F.pdf https://e-library.namdu.uz/22%20%D0%A4%D0%B8%D0%B7%D0%B8%D0%BA%D0%B0-%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0/Topologiyaga%20kirish.%20Jo'rayev%20T%20F.pdf	Internet plyus qidiruv moduli